金融資産の蓄積と経済の不安定性, 循環

二宮健史郎[*1]
滋賀大学経済学部

2008 年 2 月

[*1] 本稿は, 平成 19 年度石井記念証券研究振興財団研究助成による研究成果の一部である. 記して感謝申し上げる. 滋賀大学経済学部教授 (〒522-8522 彦根市馬場 1-1-1, tel: 0749-27-1158, e-mail: k-nino@biwako.shiga-u.ac.jp)

1 はじめに

金融資産の蓄積は, 経済の安定性にどのような影響を及ぼすのであろうか. バブル経済とその後の長期不況を経験した日本経済にとっては言うまでもなく, 投機的な国際資本移動にさらされている発展途上国にとっても重大な関心事であろう. また, サブプライム問題に端を発した金融市場の混乱に直面している欧米諸国にもにとっても無視できない問題である.

Minsky(1986) は, 複雑な金融構造を持つ資本主義経済は不安定であるとする金融不安定性仮説を提示した*1. そして, Taylor and O'Connell(1985) の研究以降, Minsky の議論は様々な観点から数理モデルに展開されている. Chiarella, Flaschel, and Semmler(2001), Asada(2006)(2007), 二宮 (2007.a) 等, 非線形経済動学の手法等を用いた近年の金融不安定性のマクロ動学の研究では, 企業の負債荷重の動態が導入され, 金融の不安定性, 循環が検討されている.

これとは別に, Bernanke and Gertler(1989), Bernanke, Gertler and Gilechrist(1999) 等は, 資産価値とマクロ経済活動の関連を強調したフィナンシャル・アクセレーター仮説を提示しているまた, 小川・北坂 (1998) は, 担保としての資産価値を考慮したマクロ経済モデルを構築して日本のバブル経済, 金融政策の有効性を検討している. さらに, Nakatani and Skott(2007) は, ハロッド的モデルで日本経済の長期低迷を検討している.

植田 (2006) は, 金融不安定性仮説とフィナンシャル・アクセレーター仮説を比較検討し, Uchida(1987) 等で提示された相対的危険回避度の議論を足立 (1994) に導入して金融資産の蓄積という観点から興味深い議論を展開している. しかしながら, 植田 (2006) は, マクロ動学モデルへの展開が十分であるとは言い難い. これに対して, Chiarella, Flaschel, and Semmler(2001) 等では, 企業の負債荷重の動態は考慮されているものの, 金融資産の蓄積という観点は殆ど考慮されていないように思われる. また, 小川・北坂 (1998) では企業の負債荷重は考慮されておらず, Nakatani and Skott(2007) では金融的側面は殆ど考慮されていない.

本稿の目的は, Uchida(1987), 植田 (2006) 等の相対的危険回避度の議論を考慮した簡単な寡占経済 (短期) における金融不安定性のマクロ動学モデルを構築し, 金融資産の蓄積による経済の不安定性, 循環を検討することにある. 本稿のモデルは, 所得, 負債荷重に加えて, 金融資産の動態が考慮されているところに特徴がある. 本稿の主たる結論は, 1) 相対的危険回避度減少でその程度が大きい場合には, 経済が不安定となる, 2) 相対的

---

*1 サブプライム問題に端を発した世界的な金融市場の混乱により, ウォール街においても金融不安定性仮説は注目されている (Lahart (2007)).

危険回避度一定, 或いは減少でもその程度が小さい場合, 経済の循環が生じる, ということである.

本稿の構成は, 以下のようなものである. まず, 第 2 節では, 本稿の主たる特徴である金融資産を考慮した利子率の決定を論じる. 第 3 節では, 従来の所得, 負債荷重の動態に加えて金融資産の動態を定式化し, 第 2 節の議論を踏まえたマクロ動学モデルを構築して動学体系の安定性, 循環を論じる. 第 4 節はまとめである.

2 金融資産の蓄積と利子率の決定

第 2 節では, 金融資産の蓄積と利子率の決定について検討しよう. 利子率 i は, Rose(1969), 二宮 (2006), Ninomiya(2007.b) 等に従い, 債券市場の均衡,

$$EB = -(EX+EM) = -(C+I-Y+M^d-M^s) = 0 \tag{1}$$

で決定されると想定する. ここで, EB:債券の超過需要, EX:財の超過需要, EM:貨幣の超過需要, C:消費, I:投資, Y:所得, M^d:貨幣需要, M^s:貨幣供給, である[*2].

我々は寡占経済 (短期) を想定しているので, 物価水準 p がマークアップ原理で決定されると考えれば,

$$p = (1+\tau)WN/Y \tag{2}$$

であり, τ:マークアップ率, W:名目賃金, N:雇用量, である。(2) を考慮すれば, 実質賃金所得 H_W, 実質利潤 Π は, それぞれ,

$$H_W = \frac{W}{p}N = \frac{1}{1+\tau}Y = (1-\rho)Y \tag{3}$$

$$\Pi = Y - \frac{W}{p}N = \frac{\tau}{1+\tau}Y = \rho Y \tag{4}$$

である. ここで, ρ:利潤分配率, である. さらに, 利潤の一定割合 β が資産家家計の所得 H_R, 残余の $1-\beta$ が企業の内部留保 V になると想定すれば,

$$H_R = \beta\Pi = \beta\rho Y \tag{5}$$

$$V = (1-\beta)\Pi = (1-\beta)\rho Y \tag{6}$$

である.

労働者家計はその所得の全て, 資産家家計はその一定割合を消費すると仮定すれば, 労働者家計の消費 C_W, 資産家家計の消費 C_R は, それぞれ,

$$C_W = (1-\rho)Y \tag{7}$$

$$C_R = c(\omega)H_R = c(\omega)\beta\rho Y \quad c' > 0 \tag{8}$$

[*2] このような定式化についての詳細な議論は, 二宮 (2006), Ninomiya(2007.b) を参照.

と定式化される．ここで，ω:金融資産であり，その増加によって資産家家計の限界消費性向 c は増加すると仮定する．(7)(8) より，消費関数 C は，

$$C = C_W + C_R = (1-\rho)Y + c(\omega)H_R = (1-\rho)Y + c(\omega)\beta\rho Y \tag{9}$$

と定式化される．

金融資産 ω の選択は，Uchida(1987)，植田 (2006) 等に従い，

$$M^d = \delta(\omega)\gamma(Y,B,i)\omega \tag{10}$$

$$B^d = \zeta(\omega)(1-\gamma(Y,B,i))\omega \tag{11}$$

$$\gamma_Y \gtreqless 0 \quad \gamma_B > 0 \quad \gamma_i < 0 \quad \delta'(\omega) \leq 0 \quad \zeta'(\omega) \geq 0$$

を仮定する．ここで，M^d:貨幣需要，B^d:債券需要，i:利子率，である．つまり，資産家家計は，所得 Y，負債荷重 B，利子率 i，相対的危険回避度に依存して貨幣及び債券を保有するということである．$\delta' > 0, \zeta' < 0$ は相対的危険回避度減少，$\delta' = 0, \zeta' = 0$ は相対的危険回避度一定のケースを表している[*3]．相対的危険回避度減少のケースは，金融資産 ω が増加するほど安全資産である貨幣の保有割合は低下，危険資産の保有割合が増加するということを表している．

次に，貨幣供給関数 M^s は，二宮 (2007.a) 等に従い，

$$M^s = \mu(Y,B,i)H \quad \mu_Y > 0 \quad \mu_B < 0 \quad \mu_i > 0 \tag{12}$$

を仮定する．ここで，μ:貨幣乗数，H:ハイパワード・マネー，である[*4]．

投資関数 I は，

$$I = I(Y,B,i) + I_0 \quad I_Y > 0 \ I_B < 0 \ I_i < 0 \tag{13}$$

を仮定する．ここで，B:負債荷重，である．

(9)(10)(12)(13) を (1) に代入すれば，

$$\begin{aligned} EB = -[&(1-\rho)Y + I(Y,B,\omega,i) + I_0 - Y \\ &+ \delta(\omega)\gamma(Y,B,i)\omega - \mu(Y,B,i)H] = 0 \end{aligned} \tag{14}$$

が得られる．そして，(14) を利子率 i で解けば，

$$i = i(Y,B,\omega,H) \tag{15}$$

$$i_Y = -\frac{I_Y + \rho + m_Y}{I_i + \delta\gamma_i\omega - \mu_i H} = \phi \gtreqless 0 \quad i_B = -\frac{I_B + m_B}{I_i + \delta\gamma_i\omega - \mu_i H} = i_B \gtreqless 0$$

$$i_\omega = -\frac{\delta'(\omega)\gamma\omega + \delta\gamma}{I_i + \delta\gamma_i\omega - \mu_i H} = \varphi \gtreqless 0 \quad i_H = \frac{\mu}{I_i + \delta\gamma_i\omega - \mu_i H} < 0$$

[*3] 相対的危険回避度増加のケースは $\delta' > 0, \zeta' < 0$ であるが，このケースは一般的ではない．

[*4] 本稿では，ハイパワードマネー H は一定であると仮定する．

が得られる. ここで,

$$m_Y = \delta\gamma_Y\omega - \mu_Y H \gtreqless 0 \tag{16}$$
$$m_B = \delta\gamma_B L_B - \mu_B H > 0 \tag{17}$$

であり, 経済の金融的側面を表している.

i_B の符号の符号は, I_B, m_B に依存する. すなわち,

$$I_B + m_B \gtreqless 0\ (m_B \gtreqless |I_B|) \Rightarrow i_B \gtreqless 0 \quad (複号同順) \tag{18}$$

である. 但し, こでは $i_B > 0$ を仮定する.

ここで重要なのは, $\varphi(=i_\omega)$ の符号である. (17) を見れば分かるように,

$$\delta'(\omega)\gamma\omega + \delta\gamma \gtreqless 0 \Rightarrow \varphi \gtreqless 0 \quad (複号同順) \tag{19}$$

である. もし, 相対的危険回避度一定 ($\delta' = 0$) であるならば, $\varphi(=i_\omega) > 0$ となる. つまり, 金融資産 ω の増加は, 利子率 i を上昇させるということである. しかしながら, 相対的危険回避度減少でその程度が大きい場合, つまり, $\delta' < 0$ かつその絶対値が十分大きくなれば $\varphi(=i_\omega) < 0$ となる. これは, 資産 ω の増加がより安全資産である貨幣の保有を減少させるので, 利子率 i が下落する可能性があるということを示している.

3 モデル

第 3 節では, 所得 Y, 負債荷重 B, 金融資産 ω の動態を定式化し, 第 2 節の議論も考慮したマクロ動学モデルを構築して, 金融の不安定性, 循環を検討しよう. まず, 所得 Y の動態は,

$$\dot{Y} = \alpha(C + I - Y) \quad \alpha > 0 \tag{20}$$

と定式化する. ここで, α:財市場の調整パラメータ, である. 我々は寡占経済 (短期) を想定しているので, 財市場の不均衡は数量で調整されると想定する. こでは, カルドア型循環モデルと同様の定式化である.

次に, 負債荷重 B の動態は, 企業は内部留保 V を全て投資し, 残余を負債の増加でファイナンスすると想定すれば,

$$\dot{B} = I - V = I(Y, B, i) + I_0 - (1-\beta)\rho Y \tag{21}$$

と定式化される.

最後に, 資産家家計の貯蓄が金融資産として蓄積されると想定すれば, 金融資産 ω の動態は,

$$\dot{\omega} = (1 - c(\omega))\beta\rho Y \tag{22}$$

と定式化される.

(20)(21)(22) に (15) を考慮すれば, 負債荷重 B, 金融資産 ω の動態を考慮した動学体系 (S),

$$\dot{Y} = \alpha[(1-\rho)Y + c(\omega)\beta\rho Y + I(Y,B,i(Y,B,\omega,\bar{H})) + I_0 - Y] \tag{S.1}$$

$$\dot{B} = I(Y,B,i(Y,B,\omega,\bar{H})) + I_0 - [(1-\beta)\rho Y] \tag{S.2}$$

$$\dot{\omega} = (1-c(\omega))\beta\rho Y \tag{S.3}$$

が得られる.

動学体系 (S) のヤコビ行列は,

$$J = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & 0 & f_{33} \end{pmatrix} \tag{23}$$

$$f_{11} = \alpha\Big[(1-\rho) + c(\omega)\beta\rho) + I_Y + I_i\phi - 1\Big] = \alpha\Big[I_Y + I_i\phi - (1-c(\omega)\beta))\rho\Big]$$

$$f_{12} = \alpha(I_B + I_i i_B) = \alpha f_{22} \quad f_{13} = \alpha[c'\beta\rho Y + I_i\varphi] \quad f_{21} = I_Y + I_i\phi - (1-\beta)\rho$$

$$f_{22} = I_B + I_i i_B \quad f_{23} = I_i\varphi \quad f_{31} = (1-c)\beta\rho \quad f_{33} = -c'\beta\rho Y$$

であり, その特性方程式は,

$$\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0 \tag{24}$$

である. ここで,

$$\begin{aligned} a_1 &= -f_{11} - f_{22} - f_{33} \qquad (25)\\ &= -\alpha\Big[I_Y + I_i\phi - (1-c(\omega)\beta)\rho\Big] - f_{22} - (-c'\beta\rho Y) \\ a_2 &= f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21} + f_{11}f_{33} - f_{13}f_{31} + f_{22}f_{33} \qquad (26)\\ &= \alpha\Big[I_Y + I_i\phi - (1-c(\omega)\beta)\rho\Big]f_{22} - \alpha f_{22}\Big[I_Y + I_i\phi - (1-\beta)\rho\Big] \\ &\quad + \alpha[I_Y + I_i\phi - (1-c(\omega)\beta)\rho](-c'\beta\rho Y) \\ &\quad - \alpha(c'\beta\rho Y + I_i\varphi)(1-c)\beta\rho + f_{22}(-c'\beta\rho Y) \\ a_3 &= -detJ = -(f_{11}f_{22} - f_{21}f_{12})f_{33} + (f_{12}f_{23} - f_{13}f_{22})f_{31} \qquad (27)\\ &= -\alpha(1-c(\omega))\beta\rho f_{22}][c'\beta\rho Y] - \alpha c'\beta\rho f_{22}](1-c)\beta\rho > 0 \end{aligned}$$

である.

まず, 我々は c' が十分小さい場合, つまり, 金融資産 ω の増加により消費 C が増加しない場合を検討しよう. この場合,

$$a_1 = -\alpha\Big[I_Y + I_i\phi - (1-c(\omega)\beta)\rho\Big] - f_{22} \tag{28}$$

$$a_2 = -\alpha(f_{22} + I_i\varphi)(1-c)\beta\rho \gtreqless 0 \tag{29}$$

である. このとき, 以下の命題 1, 2 が得られる.

【命題 1】

$-\alpha\left[I_Y+I_i\phi-(1-c\beta)\rho\right]-f_{22}>0$ かつ $f_{22}+I_i\varphi<0$ ならば, 動学体系 (S) は局所的に安定となる.

(証明)

$-\alpha\left[I_Y+I_i\phi-(1-c\beta)\rho\right]-f_{22}>0$ ならば $a_1>0$ である. $f_{22}+I_i\varphi<0$ ならば $a_2>0$ である。$a_3>0$ であり, c' が十分小さいならば a_3 も十分小さいので, $a_1a_2-a_3>0$ である. 故に, この場合, Routh-Hurwitz の条件が満たされている. Q.E.D.

【命題 2】

$-\alpha\left[I_Y+I_i\phi-(1-c\beta)\rho\right]-f_{22}<0$ または $f_{22}+I_i\varphi>0$ ならば, 動学体系 (S) は局所的に不安定となる.

(証明)

$-\alpha\left[I_Y+I_i\phi-(1-c\beta)\rho\right]-f_{22}<0$ ならば $a_1<0$、$f_{22}+I_i\varphi>0$ ならば $a_2<0$ となり, Routh-Hurwitz の条件は満たされない. Q.E.D.

命題 1, 2 を経済学的に解釈しよう. $f_{22}+I_i\varphi<0$ となるのは, $\varphi(=i_\omega)>0$ か, 或いは $\varphi<0$ であるとしてもその絶対値が十分小さい場合である. つまり, 命題 1 は, 相対的危険回避度一定か, 相対的危険回避度減少であってもその程度が小さい場合には, 動学体系 (S) は安定となることを示している.

逆に, $f_{22}+I_i\varphi>0$ となるのは, $\varphi(=i_\omega)<0$ かつその絶対値が十分大きい場合である. つまり, 命題 2 は, 相対的危険回避度減少でその程度が大きい場合に動学体系 (S) は不安定となるということを示している. この不安定化のメカニズムは, 次のようなものである. ここで, 経済が好況局面にあるとしよう. このとき, 所得 Y は増加するが, 同時に金融資産 ω も増加する. 相対的危険回避度減少でその程度が大きい場合, 金融資産 ω の増加により利子率 i が下落する. その結果, 投資 I が促進され, 所得 Y はさらに増加するということである[*5].

ここで, 以下の仮定を置く.

(仮定 1)

$$I_Y+I_i\phi-(1-c(\omega)\beta)\rho>0$$

[*5] これは, $a_1>0$ の場合にも起こりうる経済の不安定性である. $m_Y<0$ かつその絶対値が大きい場合, $\phi(=i_Y)<0$ となる. このような効果が大きい場合, $a_1<0$ となり動学体系 (S) は不安定となる可能性がある. このような金融的要因による経済の不安定化メカニズムについては, 二宮 (2006) を参照.

(仮定 2)

$$f_{22}+I_i\varphi<0 \Rightarrow a_2>0$$

仮定 1 は, カルドア型循環モデル特有の仮定であるが, 均衡点において利子率を通じた間接的な効果を含む限界投資性向 $(IY+I_i\phi)$ が限界貯蓄性向 $((1-c(\omega)\beta)\rho)$ を上回るということを意味している. 仮定 2 は, 上述したように相対的危険回避度が一定, 或いは, 減少の場合でもその程度が小さい場合に満たされる. この仮定 1, 仮定 2 が満たされる場合, 以下の命題 3 が得られる.

【命題 3】

仮定 1, 仮定 2 が満たされるとする. このとき, α を分岐パラメーターに選べば, $\alpha=\alpha_0$ で Hopf 分岐が発生し, α_0 の近傍の α のある範囲において動学体系 (S) の非定常的な周期解が存在する.

(証明) Appendix 参照.

命題 3 は, 負債荷重 B, 金融資産 ω の動態を含む金融的な経済の循環を表している. その循環のメカニズムは, 次のようなものである. ここで, 経済は所得 Y が上昇する好況局面にあると想定しよう. このとき, 企業の負債荷重 B は増加するが, 同時に金融資産 ω も増加する. 負債荷重 B の増加は直接的に, また, 利子率 i の上昇を通じて間接的に投資 I を抑制する. 金融資産 ω の増加も利子率 i を上昇させるか, 或いは下落させるとしてもその程度は大きくない. 従って, 負債荷重 B の増加による投資 I の抑制効果の方が上回り, 所得 Y は下落に転じるということである.

次に, c' が大きい場合, つまり, 金融資産 ω の増加によって資産家家計の限界消費性向が上昇する場合を検討しよう. この場合, (25)(26)(27) を整理すれば,

$$a_2=-c'\beta\rho Y\Big[\alpha[I_Y+I_i\phi-(1-\beta)\rho]+f_{22}\Big]+\cdots$$
$$a_1a_2-a_3=-\Big[\alpha[I_Y+I_i\phi-(1-\beta)\rho]+f_{22}\Big](\beta\rho Y)^2(c')^2+\cdots$$

である.

故に, c' が十分大きい場合, $-\alpha[I_Y+I_i\phi-(1-\beta)\rho]-f_{22}>0$ ならば, 動学体系 (S) は不安定となる. つまり, 金融資産の増加が消費を促進するという効果が十分大きくなれば, 命題 2 で示した金融的要因に関わらず動学体系 (S) は不安定となるということである. 勿論, この符号は, $\phi(=i_Y)$ に依存しているので, $\phi<0$ かつその絶対値が大きい場合, 動学体系 (S) は不安定となる. これは, 金融的要因による経済の不安定性である. しかしながら, c' が十分に小さい場合においても, $-\alpha[I_Y+I_i\phi-(1-c\beta)\rho]-f_{22}>0$ ならば動学体系 (S) は不安定となる. 言い換えれば, 金融資産の増加が消費を促進するという効果

は, 動学体系 (*S*) の安定性にとってはさほど重要な要素であるとは言えないということである. [*6]

4 おわりに

本稿では, Uchida(1987), 植田 (2006) 等の相対的危険回避度の議論を考慮した簡単な寡占経済 (短期) における金融不安定性のマクロ動学モデルを構築し, 金融資産の蓄積による経済の不安定性, 循環を検討した. 本稿のモデルの特徴は, 所得、負債荷重に加えて, 金融資産の動態が考慮されているところにある. これまでの金融不安定性のマクロ動学モデルでは, 企業の負債荷重は重視されているものの, 金融資産の蓄積という観点は殆ど考慮されていないように思われる.

本稿で得られた結論は, 1) 相対的危険回避度減少でその程度が大きい場合, 動学体系 (*S*) は不安定となる, 2) 相対的危険回避度一定, 或いは減少でもその程度が小さい場合, 動学体系 (*S*) に非定常的な周期解が存在する, というものである. 後者は, 金融資産の動態を含む金融的な経済の循環を示している. 景気の上昇は金融資産を増加させるが, その増加が利子率をあまり減少させない. その結果, 負債荷重の増加による投資の抑制効果の方が上回り, 所得は減少に転じるということである. しかしながら, 相対的危険回避度減少でその程度が大きい場合, 金融資産の増加によって利子率は大きく減少する. 利子率の下落は投資を促進し, それは負債荷重の増加による投資の抑制効果を上回る. その結果, 経済はさらに過熱するということである.

最後に今後の検討課題を述べる. まず, 金融政策の効果の検討である. 相対的危険回避度を考慮した場合の金融政策の有効性の検討は, 既に植田 (2006) でも検討されている. しかしながら, 植田 (2006) は比較静学モデルによる検討である. 利子率目標とした金融政策は, 相対的危険回避度減少でその程度が大きい場合の金融の不安定性を抑制する効果があると推察される. また, 本稿のモデルでは, 資産の担保としての役割が考慮されていない. さらに, グローバリゼーションが進展し国際的な金融危機が頻発している中で, 開放体系への拡張は必要不可欠であろう. 以上の諸点は今後の検討課題としたい.

【Appendix】 命題 3 の証明

(28) より, α が十分小さい場合 ($\alpha \to 0$), $a_1 = -f_{22} > 0$ である. 仮定 2 より, $a_2 > 0$ で

[*6]

$$A = -\alpha[I_Y + I_i\phi - (1-\beta)\rho] - f_{22} - \Big[-\alpha[I_Y + I_i\phi - (1-c\beta)\rho] - f_{22}\Big]$$
$$= -\alpha(1-c)\beta\rho < 0$$

ある. (27) より, c' が十分小さいならば, a_3 も十分小さくなる. 故に, α が十分小さいならば, $a_1a_2-a_3>0$ となる. また,

$$a_1a_2-a_3=-\Big[I_Y+I_i\phi-(1-c(\omega)\beta)\rho\Big][f_{22}+I_i\varphi](1-c)\beta\rho\alpha^2+\cdots$$

であり, 仮定 1, 仮定 2 より, $a_1a_2-a_3$ の α^2 の係数は負である. 故に, α が十分大きくなれば, $a_1a_2-a_3<0$ となる.

$a_1a_2-a_3$ は α の滑らかな連続関数だから, $a_1a_2-a_3=0$ かつ $\partial\ (a_1a_2-a_3)/\partial\ \alpha|_{\alpha=\alpha_0}\neq 0$ となるような α の値, α_0 が少なくとも一つ存在する.

3 変数の特性方程式, $\lambda^3+a_1\lambda^2+a_2\lambda+a_3=0$ が一組の純虚根 $\pm hi$ ($i=\sqrt{-1}$、$h\neq 0$) を持つための必要十分条件は, $a_2>0$, 及び $a_1a_2-a_3=0$ が同時に成立することである. この時, 特性根は具体的に, $\lambda=-a_1, \pm\sqrt{a_2}i$ と表される. 故に, Hopf の分岐定理の条件の一つは, $a_2>0$, $a_1a_2-a_3=0$ が同時に成立することと同値である. そして, 動学体系 (S) の特性方程式 (24) は, $\alpha=\alpha_0$ で一組の純虚根 $\lambda_1=\sqrt{a_2}i$, $\lambda_2=-\sqrt{a_2}i$ を持つ.

Orlando の公式より,

$$a_1a_2-a_3=-(\lambda_1+\lambda_2)(\lambda_2+\lambda_3)(\lambda_3+\lambda_1)=-2h_1(\lambda_3^2+2h_1\lambda_3+h_1^2+h_2^2)$$

である. ここで, h_1 は複素根 λ の実部, h_2 は虚部の絶対値である. これを α で微分すれば,

$$\frac{\partial(a_1a_2-a_3)}{\partial\alpha}=-2\left[\frac{\partial h_1}{\partial\alpha}(\lambda_3^2+2h_1\lambda_3+h_1^2+h_2^2)+h_1\frac{\partial(\lambda_3^2+2h_1\lambda_3+h_1^2+h_2^2)}{\partial\alpha}\right]$$

となる. これに, $h_1=0$, $h_2=h$ を代入すれば,

$$\left.\frac{\partial(a_1a_2-a_3)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\alpha_0}=-2(\lambda_3^2+h^2)\left[\left.\frac{\partial h_1}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\alpha_0}\right]$$

が得られる. 故に,

$$\left.\frac{\partial(a_1a_2-a_3)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\alpha_0}\neq 0 \quad \text{ならば} \quad \left.\frac{\partial h_1}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\alpha_0}\neq 0$$

である. よって, $\alpha=\alpha_0$ で Hopf 分岐が発生するための全ての条件が全て満たされている.Q.E.D.

参考文献

[1] 足立英之 (1994)『マクロ動学の理論』有斐閣.

[2] Asada, T.(2006)," Inflation Targeting Policy in a Dynamic Keynesian Model with Debt Accumulation: A Japanese Perspective," Chiarella, C., P.Flaschel, R.Franke

and W. Semmler(eds.), *Quantitative and Emprical Analysis of Nonlinear Dynamic Macromodels*,Elsevier.

[3] Asada,T. (2007),":Significance of the Keynesian Legacy from a Theoretical Viewpoint: A High Dimensional Macrodynamic Approach, Asada,T. and T.Ishikawa (eds.), *Time and Space in Economics* Springer-Verlag.

[4] Blanchard,O.J.(1981),"Output, the Stock Market and Interest Rate," *American Economic Review* 71, pp.132-143.

[5] Bernanke,B.S.and A.S.Blinder(1988), "Credit, Money and Aggregate Demand," *American Economic Review* 78, pp.435-439.

[6] Bernanke,B.S. and M.Gertler(1989),"Agency Costs, Collateral and Business Fluctuations," *American Economic Review* 79, pp.14-31.

[7] Bernanke,B.S., M.Gertler and S.Gilchrist (1999),"The Financial Accelerater in a Quantitative Business Framwork," *Handbook of Macroeconomics* vol.1,pp.1341-1393.

[8] Chiarella,C.,P.Flaschel, and W.Semmler (2001),"The Macrodynamics of Debt Deflation," Bellofiore, R. and P.Ferri (eds.), *Financial Fragility and Investment in the Capitalist Economy: The Economic Legacy of Hyman Minsky*, vol.2, Edward Elgar.

[9] 古川　顕 (1995)「金融政策とクレジット・ビュー」『金融経済研究』第 9 号, pp.10-27.

[10] Lahart,J.(2007),"In Time of Tumult Obscure Economist Gains Currency," *The Wall Street Journal on Line*, http://online.wsj.com/public/us.

[11] Minsky,H.P.(1986), *Stabilizing and Unstable Economy*, Yale University Press.(吉野・浅田・内田訳『金融不安定性の経済学』多賀出版, 1989.)

[12] Nakatani,T. and P.Skott, (2007),"Japanese Growth and Stagnation: A Keynesian Perspective," *Structural Change and Economic Dynamics* 18, pp.306-332.

[13] 二宮健史郎 (2006)『金融恐慌のマクロ経済学』中央経済社.

[14] 二宮健史郎 (2007.a)「寡占経済における金融の不安定性、循環と所得分配」『金融経済研究』第 24 巻, pp.12-24.

[15] Ninomiya,K. (2007.b),"Open Economy Financail Instability," *Journal of the Korean Economy* 8(2), pp.329-355.

[16] 小川一夫・北坂真一 (1998)『資産市場と景気変動：現代日本経済の実証分析』日本経済新聞社.

[17] Rose,H.(1969), "Real and Monetary Factors in the Business Cycle," *Journal of Money, Credit and Banking* 1, pp.138-152.

[18] 植田宏文 (2006)『金融不安定性の経済分析』晃洋書房.

[19] Uchida K.(1987),"Risk Aversion and the Minsky's Crisis Model," *Hokudai Economic*

Papers 17, pp.35-38.