

人口動態と財政政策の 維持可能性

近藤豊将*

Atsumasa Kondo

滋賀大学 経済学部 / 准教授

財政赤字の累積額は、ますます膨張している。我が国の（グロスの）政府債務残高は、国内総生産（GDP）の2倍を超える。（ただし、中央政府、地方政府、社会保障基金を合わせたもの。詳しくは、財務省のホームページを見よ。）これは、経済協力開発機構（OECD）諸国の中でも、群を抜いて高い水準である。しかも、刻一刻と増加中だ。このままでは、かなりの高確率で、早晚財政は破綻するという深刻な試算結果も存在する。（Sakuragawa and Hosono（2010）を見よ。）

財政赤字累積問題は、近年の世界的不況や少子高齢化などとともに、国民の未来にとって大きな不安材料と言われている。それら不安要因は、相互に連動しているように見えるし、互いに増幅し合っている観さえある。しかし、それらの複雑な因果関係の全貌を、素朴な直観だけで把握しきるのは困難であろう。問題の重要性に鑑み、集中的な研究の蓄積が急務である。

本稿では、シンプルな動学的一般均衡モデルを用いて、人口動態が財政政策の長期的維持可能性に及ぼす影響を理論的に分析する。少なからぬ先進諸国は少子化に悩んでいる。だが、少子化の害悪については、経済学者の間でも意外なほど共有理解が少ない。少子化が進んでも、一人あたりの生産性さえ堅持できれば、生活水準を守るために大したデメリットはないのではないかというのである。経済学者の間でこの疑念が根付いている理由の一つに、ソローモデルの影響があるのではないだろうか。そこでは、人口成長率の減少は、むしろ、一人あたり資本の蓄積を促進し生活水準の改善につながる効果を持つ。（Solow の原論文

* e-メール：a-kondo@biwako.shiga-u.ac.jp
〒522-8522 滋賀県彦根市馬場1丁目1-1

(1956) や中級マクロ経済学の教科書を見よ。) だが、ソローモデルを離れ現実の経済に目をやると、少子化を楽観視できない理由はいくつもある。

政府債務の累積した現代の少なからぬ先進諸国にとっては、納税者数の減少とそれに伴う経済の絶対規模の縮小は死活問題である。財政政策の長期的維持可能性と人口成長率や人口規模との関係について研究を蓄積することの意義は、非常に大きいと思われる。

本稿では、特に政府債務の時間経路と返済可能な政府債務の上限に対する、人口成長率と人口の絶対規模の影響に焦点を置く。結論から言うと、人口成長率が回復した場合、または、人口規模が増大した場合、政府の財政事情にはプラスの効果が得られる。均衡経路上の政府債務は減少し、返済可能な政府債務の上限は上昇するのだ。納税者の数が増えるわけだから、これは驚くべき結論ではない。だが、その作用の仕方には顕著な違いも生じうる。本稿では、シンプルな動学的一般均衡モデルを用いて、その点も厳密に検討する。なお本稿でいう「人口動態」は、人口成長率と人口規模の2種類の変数の事である。

先行研究

本稿で扱う問題の社会的な重要性については、改めて強調するまでもないだろう。当然、関連する研究は、実証研究を中心にすでに多数ある。これらは、およそ3種類の方法に基づいている。Hamilton and Flavin(1986)を代表とする政府によるポンジー・スキーム禁止条件をチェックする方法、Trehan and Walsh(1988, 1991)による単位根・共和分分析を用いる方法、Bohn(1998)による増大する政府債務に対する政府の適応(修正)

行動を確認する方法の3種類である。実証研究については、加藤(2010)などに丁寧なサーベイがあるので、ここでは繰り返さない。

本稿と最も密接にかかわる理論研究は、やはり筆者自身による一連の研究である。Kondo(2007)およびKondo and Kitaura(2009)は、貨幣を含む二国モデルを扱ったNeumeyer and Yano(1995)を、閉鎖モデルに単純化し、インフレーションやデフレーションが財政政策の維持可能性に及ぼす影響を分析している。Kondo and Kitaura(2012)は、Neumeyer とYanoによる二国モデルを用い、自国政府の財政政策の維持可能な上限を導出している。さらに、他国の金融政策が自国の財政事情(財政政策の維持可能な上限)に影響を与えること、そしてそのチャンネルを通じてインフレやデフレが国境を越えて伝染する可能性があることを報告している。Kondo(2012a)は、本稿と同じモデルを用いて、人口成長率が微小量減少したとき、政府債務を維持可能に保つためには一人あたりの税収や人口規模がどれだけ変化するか、という問題に一つの解答を与えている。Kondo(2012b)は、生産性上昇率の改善が、政府債務の動学経路に与える影響を分析している。そこでは、政府債務とプライマリーバランス(基礎的財政収支)の比率次第では、短期と長期とで相反する効果が現れることなどが報告されている。

Greiner とSemmlerは、その2000年の論文で、パブリック・ファイナンスの黄金律(Golden Rule of Public Finance; GRPF)の効果について理論的に研究している。GRPFとは、政府が資金調達のために国債を発行するのは生産的な公共投資に用いる場合に限ると、使途に制限を設ける政策レジームである。これは財政運営に一種の規律を

もたらすことになる。英国などで実際に採用されていることもあり、その意義について、ヨーロッパを中心に研究がすすんでいる。Ghosh and Mourmouras (2004) は、Greiner and Semmler (2000) タイプのモデルを用いてGRPFの厚生分析を行っている。Groneck (2010) は、効用を高めるタイプの公共投資を明示的に導入することで彼らの研究を拡張している。

本稿は以下のように構成される。第2節では、本稿での議論の基礎となるモデルを提示する。第3節では、均衡経路を導出する。特に、政府債務の動学(時間)経路が、本稿の目的にとって重要である。また、それに対する人口動態の影響も調べる。第4節では、財政政策の維持可能性について定義し、そうなるために政府の初期債務が満たすべき条件を導出する。初期債務の上限に対する種々の変数の影響は、本稿のハイライトである。最後に第6節では、簡単に本稿の分析をまとめ今後の研究を展望する。

II モデル

本節では、本稿での分析の基礎となるモデルを提示する。多くの同質的な家計と政府からなる離散時間動学モデルを考える。時点 $t-1$ と時点 t の間を第 t 期と呼ぶ。現在時点は $t=0$ で、第1期が始まる場所である。第 t 期の人口は N_t とする。家計と政府は、每期每期、消費財と国債を取引する。消費財は1種類のみである。

政府は、国債を消費財単位で測って B_t^g だけ発行する。国債は、家計に保有される。政府は、国債を保有している家計に対して、第 t 期から第 $t+1$ 期にかけて実質利子率 $1+r_t$ を支払う(これも消費

財単位で測られている)。家計は、第 t 期に消費財1単位を消費することをあらかじめその代わりに国債を保有することで、第 $t+1$ 期に消費財率 $1+r_t$ 単位を受け取ることができるのである。

2.1 家計の意思決定

代表的個人は第 t 期に $1+n$ 人の兄弟姉妹を持つことになる。彼(女)らの子供の数も $1+n$ 人である。このとき、人口成長率は $1+n = N_{t+1}/N_t$ ($t=1, 2, \dots$)となる。代表的個人は第 t 期の期首(時点 $t-1$)に消費財単位で測って $b_{t-1}/(1+n)$ だけの国債を遺産として親から受け取り、その期の期末には b_t を子供達への遺産として譲り渡す。それが、 $1+n$ 人の子供達に分割されるわけである。各家計は、第 t 期に y_t だけの消費財を生産し、 c_t だけ消費し、 τ_t だけを政府に一括税として支払う。この税も消費財単位で測られている。以上より、第 t 期の家計の予算制約式は、

$$b_t \leq y_t - \tau_t - c_t + (1+r_{t-1}) \frac{b_{t-1}}{1+n},$$

for any $t = 1, 2, \dots$ (1)

となる。

第 t 期に生きる代表的個人が効用を得るのは、自分の消費 c_t (> 0) と子供達を得る効用からである。消費とそこから得る効用の関係は対数関数で表されるとする。ただし、子供達の総効用は β の比率で割り引かれる。この β は、割引因子と呼ばれる。その範囲について、次の仮定を置く。

仮定1: $0 < \beta < 1/(1+n)$.

以上から、第 t 期の代表的家計の効用 U_t は、

$$U_t = \log c_t + \beta \cdot (1+n) U_{t+1}$$

となる。この式は、任意の自然数 $t = 1, 2, \dots$ について満たされる。ここで、 U_{t+1} は、子供の一人（第 $t+1$ 期の代表的家計）が得る効用である。注意すべきなのは、第 $t+1$ 期の代表的家計の効用 U_{t+1} は、第 $t+2$ 期の代表的家計が得る効用 U_{t+2} に依存している点である。その点に注意すると、結局、第 t 期の代表的家計の効用は、

$$U_t = \sum_{s=1}^{\infty} [\beta (1+n)]^{s-1} \log c_{t+s-1}$$

となる¹⁾。

結局、第1期の代表的家計の行動は、以下の最適化問題としてまとめることができる。

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, b_t\}_{t=1}^{\infty}} & \sum_{t=1}^{\infty} [\beta (1+n)]^{t-1} \log c_t & (2) \\ \text{s.t.} & \text{ 予算制約式 (1)} \\ \text{given} & \{1+r_t\}_{t=0}^{\infty}, b_0 \end{aligned}$$

実質利子率の経路と初期時点における国債保有は所与であり、毎期毎期の予算制約式(1)を制約条件としなければならない。

第1期の代表的家計の最適化問題(2)の結果、消費と国債保有の経路

$$\begin{aligned} & \{(c_1, b_1), (c_2, b_2), (c_3, b_3), \dots, \\ & (c_t, b_t), (c_{t+1}, b_{t+1}), \dots\} \end{aligned} \quad (3)$$

が決まる。同様に、第 t 期の代表的家計は、

$$\{(c_t, b_t), (c_{t+1}, b_{t+1}), (c_{t+2}, b_{t+2}), \dots\} \quad (4)$$

を決定する。ここで、(3)における消費、国債保有を表すベクトルの時間流列の第 t 期以降の部分は、(4)の経路と一致するはずだ。なので、家計部門に

よる意思決定は、一つの最適化問題(2)にまとめることができているのである。

2.2 政府の意思決定と財政政策

政府は政策変数の経路 $\{B_t^g, \tau_t, g_t\}$ を決定する。ここで、 τ_t は代表的家計に課される一括税、 g_t は国民一人あたりの（代表的家計に対する）財政支出である（これも消費財単位で測られているとする）。第 t 期におけるトータルの税収は $T_t = N_t \tau_t$ 、トータルの財政支出は $G_t = N_t g_t$ となる。第 t 期における政府の予算制約式は、

$$\begin{aligned} (1+r_{t-1})B_{t-1}^g + G_t & \leq T_t + B_t^g, \\ \text{for any } t & = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (5)$$

となる。各項はいずれも消費財単位で測られていることに、再度、読者の注意を喚起しておこう。右辺と左辺は、それぞれ第 t 期における収入と支出である。政府の予算制約式(5)は、ここでは不等号で提示しているが、実際には等号で満足されるものとして扱う。また、初期時点での実質債務 B_0^g と実質利子率 $1+r_0$ は、政府にとって所与である。

初期時点での実質利付き債務 $(1+r_0)B_0^g$ と各期の人口規模 N_t は所与である。ゆえに、国民一人あたりの実質課税額と実質支出の経路 $\{\tau_t, g_t\}$ が政府の決定すべき変数であり、その決定が“財政政策”である。それらが決まれば、人口規模 N_t は所与なので、実質課税総額と実質総支出の経路 $\{T_t, G_t\}$ が決まる。すると、政府債務の時間経路 $\{B_t^g\}_{t=1}^{\infty}$ は、(5)より確定する。

2.3 市場均衡条件

市場均衡条件は、任意の自然数 $t = 1, 2, \dots$ について、

1) 厳密には、

$$\lim_{T \rightarrow \infty} [\beta (1+n)]^T U_{t+T} = 0$$

を仮定している。

$$Y_t = C_t + G_t, \quad B_t^s = B_t \quad (6)$$

が成り立つことである。ここで、 $Y_t = N_t y_t$, $B_t = N_t b_t$ である。第1式は消費財について、第2式は国債についての需給均衡条件(右辺が需要、左辺が供給)である。価格と配分の時間経路は、家計の主体均衡条件(2)、政府の予算制約式(5)と市場均衡条件(6)を満足するように決まる。

III 均衡経路と人口動態の 政府債務経路への影響

本節では、均衡における価格と配分の経路を明示的に導出し、政府債務経路に対する人口動態の影響を分析する。均衡経路に沿っての政府債務の動きには、後の節でも議論の焦点が置かれるが、本節での結果はその基礎となる。

3.1 均衡経路の導出

最初に、最適化問題(2)の一階の条件として、均衡経路上では、任意の自然数 $t = 1, 2, \dots$ について

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \beta (1 + r_t) \quad (7)$$

が成り立つことを指摘しておく。

均衡経路を解くために、以下の仮定を置く。

仮定2: $y_{t+1}/y_t = g_{t+1}/g_t = \tau_{t+1}/\tau_t = 1 + \vartheta$
for any $t = 1, 2, \dots$

仮定3: $0 \leq g_1 < \tau_1 < y_1, B_0^s > 0$.

本稿の主眼は、人口動態と財政政策の維持可能性の関係を理論的に分析することである。ゆえ

に、モデルの他の側面は極力シンプルに保つ。仮定2は、家計の生産性上昇率、家計一戸あたりの財政支出の伸び率、課税額の伸び率は、すべて同じ率とする仮定である。

このとき、第 t 期におけるこの経済のGDPは、

$$Y_t = (1 + n)^{t-1} (1 + \vartheta)^{t-1} N_1 y_1 \quad (8)$$

と表される。この式によると、GDPの成長率は、人口成長率 $1 + n$ と(一人あたりの)生産性上昇率 $1 + \vartheta$ によって決まることがわかる。逆に本稿の分析では、GDPの成長要因をその2つに限定しているともいえる。

同様に、每期毎期の基礎的財政収支 $T_t - G_t$ についても、

$$T_t - G_t = (1 + n)^{t-1} (1 + \vartheta)^{t-1} N_1 (\tau_1 - g_1) \quad (9)$$

という関係がある。仮定2の下では、基礎的財政収支 $T_t - G_t$ も、(外生変数である)人口成長率と生産性上昇率によって決まるのである。その結果、本稿でいう財政政策は、一人あたりの実質課税額と財政支出の初期値 (τ_1, g_1) の決定ということになる。前節の政府の行動と財政政策の箇所では、 $\{\tau_t, g_t\}$ の決定が財政政策であると述べたが、仮定2の下では、結局その決定もそれらの初期値 (τ_1, g_1) の決定に帰着するのである。また、この仮定の下では、プライマリーバランスの対GDP比率が時間を通じて一定になることにも注意されたい。

仮定3は、本稿では、初期時点において政府は負債を抱えており($B_0^s > 0$)、それを每期毎期の財政黒字($\tau_t - g_t > 0$)で返済していく状況を考えるということを表している。

以上の仮定の下、政策パラメーター (τ_1, g_1) と初期条件 (r_0, b_0, N_1, y_1) を所与として、すべての内生変数が決まる。

補題1 均衡経路上で、内生変数は次のように決まる:

$$(A) \quad c_t = (1 + \vartheta)^{t-1} (y_1 - g_1);$$

$$(B) \quad 1 + r_t = \frac{1 + \vartheta}{\beta};$$

$$(C) \quad B_t^g = \left(\frac{1 + \vartheta}{\beta} \right)^{t-1} (1 + r_0) B_0^g - \left[\sum_{j=0}^{t-1} \left(\frac{1 + \vartheta}{\beta} \right)^j [(1 + n)(1 + \vartheta)]^{t-j-1} \right] N_1 (\tau_1 - g_1)$$

これらの関係は、任意の自然数 $t = 1, 2, \dots$ について満たされる。

証明. (A) 市場均衡条件と仮定2より、

$$c_t = y_t - g_t = (1 + \vartheta)(y_{t-1} - g_{t-1}) = (1 + \vartheta)^{t-1} (y_1 - g_1)$$

となる。

(B) 一方で、(7)を用いると、

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \frac{N_{t+1} c_{t+1}}{N_t c_t} = (1 + n) \frac{c_{t+1}}{c_t} = (1 + n) \beta (1 + r_t)$$

が成り立つ。他方で、市場均衡条件と仮定2より、

$$\begin{aligned} \frac{C_{t+1}}{C_t} &= \frac{Y_{t+1} - G_{t+1}}{Y_t - G_t} \\ &= \frac{(1 + n)(1 + \vartheta) Y_t - (1 + n)(1 + \vartheta) G_t}{Y_t - G_t} \\ &= (1 + n)(1 + \vartheta) \end{aligned}$$

が成り立つ。両式をあわせると、(B)が導かれる。

(C) 政府の予算制約式(5)より、

$$B_t^g = \frac{1 + \vartheta}{\beta} B_{t-1}^g - [(1 + n)(1 + \vartheta)]^{t-1} N_1 (\tau_1 - g_1) \quad (10)$$

が任意の自然数 t について成り立つ。(均衡経路上を考えているので(B)が成り立っている。)初期条件は

$$B_1^g = (1 + r_0) B_0^g - N_1 (\tau_1 - g_1) \quad (11)$$

である²⁾。これより、(C)が成り立つことがわかる。

(A)からすぐにわかることであるが、第 t 期の総消費 C_t は、仮定2より

$$C_t = (1 + n)^{t-1} (1 + \vartheta)^{t-1} N_1 (y_1 - g_1)$$

となる。仮定2の下では、多くの変数が時間を通じて同じ比率で比例的に変化していくのである。経済が、斉一成長経路上にあると言い換えることもできる。本稿では政府債務の動学経路に注目するので、単純化のための仮定として仮定2は有用である。

(B)によると、均衡実質利子率は時間にかかわらず常に一定となるので、時間を表現する添え字を外してそれを $1 + r (= (1 + \vartheta)/\beta)$ と書くこともある。ここで注意しておきたいのは、**家計の生産性上昇率 $1 + \vartheta$ は実質利子率にプラスの影響を与える一方、人口成長率 $1 + n$ は実質利子率に影響しない**という点である。この両者が、GDPの成長に対しては、全く同じように寄与していたことと対照的である。その理由は、直感的に以下のように説明できる。実質利子率 $1 + r$ は、現在財を人に1単位レンタルしたとき、将来において返済され

2) 第0期から第1期にかけての実質利子率 $1 + r_0$ は、ここでの分析にとり外生的に与えられているので、 $(1 + \vartheta)/\beta$ に等しいと証明することはできない。

る財の量を表している。この意味で、現在財の（将来財で測った）単価である。生産性が上昇すると、将来財の一人あたりの供給量が現在財に比して豊富になるので、現在財の相対的な希少性が高まり、その単価である実質利率 $1 + r_t$ は上昇するのである。それに対して、人口成長率 $1 + n$ の上昇は、将来財の供給量の増加を意味するが、需要する人も同率で増加するため、将来財の一人あたりの供給量には影響しない。したがって、異時点間の財の間の相対価格に相当する実質利率も影響を受けないのである。実質利率は、本稿の眼目である政府債務の動学経路と財政政策の維持可能性にとって非常に重要であるので、それに対する様々な要因の影響の仕方に注目しておいてもらいたい。

仮定1より、本稿の設定の下では、**実質利率はGDPの成長率よりも高くなる点にも注意**されたい。すなわち、

$$(1 + n)(1 + \vartheta) < 1 + r \quad (12)$$

となる。つまり、ドーマー条件(Domar condition)は成り立たない状況である(Domar (1944)を見よ)。ドーマー条件が満たされれば((12)の不等号が逆なら)財政政策は維持可能であることが知られている。だが、それが満たされなくても財政政策は維持可能になりうる。本稿の分析は、ドーマー条件が満たされない場合に対応している。

(C) について、試みに B_2^g を導出してみよう。(10)と初期条件(11)より、

$$B_2^g = \frac{1 + \vartheta}{\beta} [(1 + r_0) B_0^g - N_1(\tau_1 - g_1)] - (1 + n)(1 + \vartheta) N_1(\tau_1 - g_1)$$

$$= \frac{1 + \vartheta}{\beta} (1 + r_0) B_0^g - \left[\frac{1 + \vartheta}{\beta} + (1 + n)(1 + \vartheta) \right] N_1(\tau_1 - g_1) \quad (13)$$

となり、(C) で $t = 2$ としたケースに相当することがわかる。

以下では、均衡におけるネットの実質利率 r をプラスに保つため、次の仮定を置くことにする。

仮定4: $\beta < 1 + \vartheta$.

この仮定の下では、ネットの生産性上昇率 ϑ はマイナスでも構わないが、グロスのそれ $1 + \vartheta$ は割引因子 β よりは大きい範囲でなければならない。

3.2 人口動態の政府債務経路への影響

ここでは、人口成長率 $1 + n$ や初期における人口規模 N_1 が変化したとき、政府債務の動学経路 $\{B_t^g\}$ がどのような影響を受けるかを調べてみよう。試みに B_2^g への影響をみってみる。時点2における政府債務残高 B_2^g を偏微分すると、(13)により、

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_2^g}{\partial (1 + n)} &= - (1 + \vartheta) N_1(\tau_1 - g_1) < 0 \\ \frac{\partial B_2^g}{\partial N_1} &= - \left[\frac{1}{\beta} + (1 + n) \right] \\ (1 + \vartheta)(\tau_1 - g_1) &< 0 \end{aligned}$$

となる。これらの符号はマイナスである。この符号に関しては、どの時点の政府債務残高についても、同様にマイナスとなることを確認できる。人口成長率や人口規模が微小量だけ回復(上昇)したとき、どの時点の政府債務も減少するのである。換言す

れば、人口成長率や人口規模が微小量だけ上昇したとき、政府債務の動学経路は、全体として下方シフトする。

この結果を定理としてまとめておこう³⁾。

定理1(人口動態の政府債務動学への影響)

人口成長率や人口規模が微小量だけ回復(上昇)したとき、どの時点の政府債務も減少する。厳密には、

$$\frac{\partial B_t^g}{\partial(1+n)} < 0, \quad \frac{\partial B_t^g}{\partial N_1} < 0$$

が、任意の自然数 $t=1, 2, \dots$ について成り立つ。

IV 財政政策の維持可能性

個人の場合、(特に子供がいない場合)借金を抱え資産を持たないまま生涯を終えるのは社会的に都合が悪い、ということはずぐわかる。貸した方が不当に損をするからだ。そのような人ばかりでは、資金を貸してくれる人はいなくなるだろう。そうなっては、返済可能な範囲でローンを組み、生涯収入に相応しい異時点間の予算配分を実現しようとする多くの人々にとっては損害である。(少なくとも子供に迷惑をかけたくなければ)生涯を終えるまでのある期間内に、借金を完済しなければならない。ところが政府の場合、有限期間内に生涯を終えるわけではない。政府は、(比喩的に言えば)無限期間にわたって存続し続けるので、必ずしも有限期間内に借金を完済しなければならないわけではない。したがって、何を以て政府の財政政策が“長期的に維持可能”と呼ぶかは、自明な問題ではない。ここでいう“長期”は、特に10年後のことでなくてもなければ100年後のことでないものである。

3)生産性上昇率 $1+\vartheta$ の政府債務動学への影響については、ここでは省略する。興味のある方は、Kondo(2012b)を参照されたい。

本節では、財政政策が長期的に維持可能であるということを根拠(補題2)を示したうえで定義し、そのために初期の政府債務残高 B_0^g が満たすべき条件を導出する。

4.1 政府の長期的予算制約

政府の活動について、収入サイドと支出サイドをそれぞれ考えてみよう。まずは、収入サイドから考察する。第1期における収入は、 T_1 である。これは第1期における(消費財の)価値で測られている。第2期における収入は、 T_2 であるが、これは第2期における(消費財の)価値で測られている。これを第1期における価値(現在価値)に直さなければ、 T_1 と直接比較したり加えたりすることはできない。現在価値に直すためには、 $1/(1+r_1)$ をかければよい。 $T_2/(1+r_1)$ が、第2期の収入 T_2 の割引第1期(現在)価値である。同様に、第 t 期における収入 T_t の割引現在価値は、

$$\left(\frac{1}{1+r_1} \frac{1}{1+r_2} \cdots \frac{1}{1+r_{t-1}} \right) T_t$$

である。以上より、政府の実質収入の流列 $\{T_1, T_2, \dots\}$ の割引現在価値の総和は、

$$T_1 + \frac{1}{1+r_1} T_2 + \left(\frac{1}{1+r_1} \frac{1}{1+r_2} \right) T_3 + \cdots + \left(\frac{1}{1+r_1} \cdots \frac{1}{1+r_{t-1}} \right) T_t + \cdots$$

となる。

支出サイドについて、政府の実質支出の流列 $\{G_1, G_2, \dots\}$ の割引現在価値の総和は、

$$G_1 + \frac{1}{1+r_1}G_2 + \left(\frac{1}{1+r_1}\frac{1}{1+r_2}\right)G_3 + \dots$$

$$+ \left(\frac{1}{1+r_1}\dots\frac{1}{1+r_{t-1}}\right)G_t + \dots$$

である。これに、時点0における政府債務の利子つき残高 $(1+r_0)B_0^g$ を加える必要がある。

以上より、長期的な視野で見たときの政府の予算制約式は、

$$(1+r_0)B_0^g + G_1 + \frac{1}{1+r_1}G_2 + \dots$$

$$+ \left(\frac{1}{1+r_1}\dots\frac{1}{1+r_{t-1}}\right)G_t + \dots$$

$$\leq T_1 + \frac{1}{1+r_1}T_2 + \dots$$

$$+ \left(\frac{1}{1+r_1}\dots\frac{1}{1+r_{t-1}}\right)T_t + \dots$$
(14)

となる。この関係を満足する財政政策ならば“長期的に維持可能である”と呼んでも差し支えなからう。

ところが、(14)は、条件

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+r_1}\dots\frac{1}{1+r_{t-1}}\right)B_t^g \leq 0$$
(15)

と同値であることが知られている⁴⁾。(証明はよく知られているので、ここでは省略する。)

補題2政府の長期的予算制約式(14)と政府債務の割引現在価値に関する条件(15)は互いに同値である。

補題2を踏まえ、財政政策(または政府債務)が維持可能であることを次のように定義する。

定義1(財政政策の維持可能性) (15)が満たされるとき、財政政策(または政府債務)は長期的に維持可能であるという。

実際、Kondo (2007, 2012a) など、多くの先行研究で、この定義が採用されている。

条件(15)が成り立たない(すなわち、財政政策が維持可能ではない)のはどのような状況かを考えてみよう。実質利率の逆数がどんどん掛け合わされているが、仮定4より、この各因子は1より小さい正の数である。ゆえに、この部分は政府債務の動学経路 $\{B_t^g\}$ の割引現在価値を0に引き寄せる作用を持つ。したがって、大雑把に言って、条件(15)が成り立たないということは、政府債務が時間とともに実質利率以上のスピードで無限大に発散することを意味する。それは、“利子支払いを含めた借金を、新たに借金することによって返済している”ような状況である⁵⁾。このような状況では、借金は雪だるま式に(実質利率以上の速さで)膨らんでいき、(15)、つまり(14)は満たされなくなる。逆に、たとえ政府債務が無限大に発散するとしても、その発散速度が実質利率未満の場合には、(15)、したがって(14)は満足される。

4.2 財政政策の維持可能性のための条件

ここでは、前項での議論を踏まえ、政府債務が維持可能であるために、初期の利子つき政府債務残高 $(1+r_0)B_0^g$ が満たすべき条件を導出する。

補題1の(C)で政府債務の動学経路を導出したが、それを

4) 本稿では深入りしないが、さらに、「政府債務の対GDP比率 B_t/Y_t が時間を通じて上に有界」という条件も同値であることが知られている。

5) これは、ポンジー・スキーム(Ponzi Scheme)が行われている状況である。ポンジーというのは、詐欺師として逮捕されたチャールズ・ポンジー(Charles Ponzi)氏の名前である。

$$B_t^g = \left(\frac{1 + \vartheta}{\beta} \right)^{t-1} N_1(\tau_1 - g_1) \quad (16)$$

$$\left[\frac{(1 + r_0) B_0^g}{N_1(\tau_1 - g_1)} - \frac{1 - [\beta(1 + n)]^t}{1 - \beta(1 + n)} \right]$$

と書き換えておくと便利である。この変形は容易に確認できるであろう。

第 t 期の政府債務を表す(16)より、その現在価値を求める。補題1の(B)より、均衡実質利子率は時間にかかわらず常に $1 + r = (1 + \vartheta)/\beta$ なので、

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{1 + r_1} \cdots \frac{1}{1 + r_{t-1}} \right) B_t^g \\ &= \left(\frac{\beta}{1 + \vartheta} \right)^{t-1} B_t^g \\ &= N_1(\tau_1 - g_1) \\ & \left[\frac{(1 + r_0) B_0^g}{N_1(\tau_1 - g_1)} - \frac{1 - [\beta(1 + n)]^t}{1 - \beta(1 + n)} \right] \end{aligned}$$

となる。仮定1より、 $t \rightarrow \infty$ のとき $[\beta(1 + n)]^t \rightarrow 0$ なので、

$$\begin{aligned} & \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 + r_1} \cdots \frac{1}{1 + r_{t-1}} \right) B_t^g \\ &= N_1(\tau_1 - g_1) \\ & \left[\frac{(1 + r_0) B_0^g}{N_1(\tau_1 - g_1)} - \frac{1}{1 - \beta(1 + n)} \right] \end{aligned}$$

である。よって、条件(15)は、

$$(1 + r_0) B_0^g \leq \frac{1}{1 - \beta(1 + n)} N_1(\tau_1 - g_1)$$

と同値である。

この結果を定理の形でまとめておこう。

定理2 (初期政府債務の長期的に返済可能な上限)

本稿のモデル設定の下で、政府の利子つき初期債務 $(1 + r_0) B_0^g$ が、長期的予算制約(長期的維持可能性)と整合するための必要十分条件は、

$$(1 + r_0) B_0^g \leq \frac{1}{1 - \beta(1 + n)} N_1(\tau_1 - g_1)$$

である。

以下では、定理2の主張に現れている返済可能な政府の初期負債 $(1 + r_0) B_0^g$ の上限を ϕ (ファイ)と書くことにする。

定義2(初期政府債務の維持可能な上限)

$$\phi \equiv \frac{1}{1 - \beta(1 + n)} N_1(\tau_1 - g_1) \quad (17)$$

この上限 ϕ の値が高まれば、それだけ政府の財政事情に余裕があることと解釈できる。

4.3 諸要因の財政政策の維持可能性に対する影響

本項では、前項で導出した政府債務の維持可能な上限 ϕ に対するいくつかの要因の影響を分析する。(それはとりもなおさず、財政政策の長期的維持可能性に対する影響の分析であると解釈できることは、前項の議論から明らかであろう。)

4.3.1 人口動態の影響

まずは、本稿の主眼である人口動態と財政の維持可能性の関係を調べる。ここでいう人口動態は、人口成長率 $1 + n$ と人口規模 N_1 の2種類のパラメーターに体化されているのであった。

定理2または(17)を見ると、人口成長率 $1+n$ と人口規模 N_1 は、ともに返済可能な政府債務の上限 ϕ に対してプラスに作用する。より厳密には、上限 ϕ を $1+n$ と N_1 で偏微分したとき、それらの符号はプラスとなることを確認できる。納税者数の時間を通じた増加率や納税者数そのものが増えれば、政府の財政事情は助かるというのは直感通りだろう。

反面、定理2または(17)からは、それらの上限 ϕ に対する作用の仕方には違いがあることも見てとれる。返済可能な政府債務の上限 ϕ は、人口規模 N_1 に対しては線型に依存するが、人口成長率 $1+n$ に関しては凸関数となる。(人口成長率と上限 ϕ との関係については、下の図1も参照せよ。)ゆえに、人口成長率は、高まれば高まるほど、その上限 ϕ に対するプラスの限界効果を増していく。(ただしこの論文では、仮定1により、 $0 < 1+n < 1/\beta$ の範囲しか考察対象になっていない。)逆に、人口成長率がかなり低い状態のときは、上限 ϕ に対する限界効果は低い。そのようなときには、人口規模の方が上限 ϕ に対して強い効力を持つ。

簡単な数学を用いて、人口成長率が微小量減少したとき、財政政策を維持可能に保つためには一人あたりの税収や人口規模がどれだけ変化する必要があるか、といった問題を考察することもできる。この点については、Kondo (2012a) のTheorem 3を見よ。

4.3.2 生産性上昇率の影響

次に、生産性上昇率の上限 ϕ への影響を調べる。上限 ϕ の定義式(17)を見ると、それは(一人あたりの)生産性上昇率 $1+\vartheta$ に依存していない。予想された生産性の上昇は、返済可能な政府債務の上限 ϕ に影響を与えないのである。(8)や

(9)に示される通り、生産性の上昇は、GDPの成長や税収の増加にはつながるにもかかわらずである。これは、生産性の上昇が実質利子率の上昇に結びついてしまい(補題1の(B)を見よ)、政府の利払い負担を増加させる効果を持つからである⁶⁾。

ただし、**予期していなかった生産性の上昇は、上限 ϕ に対してプラスの効果を持つ。**前期から今期にかけての実質利子率に、今期の消費財の供給量が増すことが反映されていないからである。そのプラス効果を調べてみよう。第1期に予想外に一人あたりの生産性 $1+\vartheta$ が上昇しており、プライマリーバランスも改善された状況を描写したいので、 $\tau_1 - g_1 = (1+\vartheta)(\tau_0 - g_0)$ という関係を用いて ϕ を書き換えると、

$$\phi = \frac{1+\vartheta}{1-\beta(1+n)}N_1(\tau_0 - g_0)$$

となる。これを $1+\vartheta$ で偏微分して

$$\frac{\partial \phi}{\partial (1+\vartheta)} = \frac{1}{1-\beta(1+n)}N_1(\tau_0 - g_0) \quad (18)$$

を得る。第1期において、前期からの生産性およびプライマリーバランスが予想外に微小量上昇していたとき、返済可能な政府債務の上限は(18)だけ上昇するのである。逆に、予想外に生産性上昇率やプライマリーバランスが減少すると、政府の財政事情は、(上限 ϕ の値が低下するという意味で)悪化する。

本項で得られた重要な結果を、定理としてまとめておく。

定理3 (人口動態と生産性上昇率の政府債務の返済可能性への影響)

人口成長率 $1+n$ と人口規模 N_1 は、ともに返済

6) もちろんモデルの設定を一般化すれば、このような強い結論は成り立たないだろう。しかしながら、「予想された生産性の上昇は、利子率に織り込まれ政府の利払い負担を増すので、累積債務に悩む政府の財政事情の助けにはあまりならない」というここでのメッセージは、

示唆に富むものではないだろうか。

可能な政府債務の上限 ϕ に対してプラスに作用する。

返済可能な政府債務の上限 ϕ は、人口規模 N_1 に対しては線型に依存するが、人口成長率 $1+n$ については凸関数となる。

予想された生産性の上昇は、返済可能な政府債務の上限 ϕ に影響を与えない。一方、予想されていなかった生産性の上昇は、上限 ϕ に対してプラスの効果を持つ。

V | 結語

本稿では、シンプルな動学的一般均衡モデルを用いて、主に人口動態と財政政策の維持可能性を研究した。まず、政府債務の動学経路を導出し、それに対する人口動態の影響を分析した。次に、財政政策が長期的に維持可能とはどういうことを定義し、その条件と整合する政府の初期負債の上限を導出した。その上限が人口動態や生産性上昇率にどのように依存するかも検討した。その上限は、人口規模に対しては線型に依存するが、人口成長率に対しては凸関数となる。生産性上昇率に関しては、事前に予想されたショックか否かが、返済可能な初期政府負債の上限への影響にとり、決定的に重要であった。

政府債務の維持可能性の確保は、現代日本(をはじめいくつかの先進国)の火急の課題である。その問題への一つのアプローチとして、本稿の分析は、エコノミストや政策担当者の方々にとり有用であると期待したい。反面、本稿では射程外に置かれている、いくつかの重要なトピックも存在する。

第1に、物的資本の蓄積である。本稿のモデルには物的資本は(明示的には)出てこない。これは、現代の日本経済にとっては、資本蓄積よりも累積

政府債務問題の方が重要だという筆者の認識による。分析を単純化するための有用な仮定でもあった。物的資本の存在も考慮した展開は、今後の課題である。政府債務と物的資本の比率が時間を通じてどう推移するかなどは、興味深い研究テーマとなろう。

第2に、インフレーションやデフレーションなどの貨幣的現象を分析できていない。現代の日本経済にとり、これも欠くことのできない重要なトピックである。少子化がデフレーションの一因であるかのような発言もエコノミストの間では散見されるが、その経済理論的な根拠は明らかではない。将来的には、ここで展開した分析に貨幣を導入し、そのような問題にも挑戦してみたい。

第3に、開放経済体系における人口動態と財政危機の関係を分析できていない。例えば、中国では一人っ子政策が一部で見直されているようだが、外国の人口動態が自国の財政事情に及ぼす影響などは、興味深い研究テーマである。今後の課題としたい。

参考文献

- 1 加藤和久(2010) / 「財政の持続可能性と財政運営の評価」、井堀利宏編『財政政策と社会保障』(慶応義塾大学出版会)、3-38。
- 2 Bohn, H., (1998) / “The Behavior of U. S. Public Debt and Deficits,” *Quarterly Journal of Economics*, 113, 949-963.
- 3 Domar, E. D. (1944) / “The “Burden of the Debt” and the National Income,” *American Economic Review*, Vol. 34, No. 4, 798-827.
- 4 Ghosh, S. and Mourmouras, I. A. (2004) / “Endogenous growth, welfare and budgetary regimes,” *Journal of Macroeconomics*, Vol. 26, No. 4, 623-635.

- 5 Greiner, A. and Semmler, W.(2000) /
 “Endogenous growth,
 government debt and budgetary regimes,”
Journal of Macroeconomics, Vol. 22, Issue 3, 363-384.
- 6 Greiner, A., Koeller, U. and Semmler, W.(2007) /
 “Debt Sustainability in the European Monetary Union:
 Theory and Empirical Evidence for Selected Countries,”
Oxford Economic Papers, Vol. 59, 194-218.
- 7 Groneck, M.(2010) /
 “A Golden Rule of Public Finance
 or a Fixed Deficit Regime?
 Growth and Welfare Effects of Budget Rules,”
Economic Modelling, 27, 523-534.
- 8 Hamilton, J. D. and Flavin, M. A.(1986) /
 “On the Limitations of Government Borrowing:
 A Framework for Empirical Testing,”
American Economic Review, 76, 808-816.
- 9 Kondo, A.(2007) /
 “On the Sustainability of Government Borrowing
 in a Dynamic General Equilibrium,”
Pacific Economic Review, 12, No. 5, 565-576.
- 10 Kondo, A.(2012a) /
 “A Note on Public-Debt Sustainability in an Economy
 with Declining Fertility,”
FinanzArchiv/Public Finance Analysis,
 Vol. 68, No. 2, 153-164.
- 11 Kondo, A.(2012b) / “Short- and Long-term Effects of
 Economic Growth on Public Debt Dynamics,”
 CRR Discussion Paper Series B-6,
 Faculty of Economics, Shiga University.
- 12 Kondo, A. and Kitaura, K.(2009) /
 “Does Deflation Impinge on a Government’s
 Fiscal Standing?” *Pacific Economic Review*,
 14, No. 5, 651-656.
- 13 Kondo, A. and Kitaura, K.(2012) /
 “International Linkage of Inflation Rates
 in a Dynamic General Equilibrium,”
Journal of Economics, Vol. 107, No. 2, 141-155.
- 14 Neumeyer, P., and Yano. M.(1995) /
 “Cross Border Nominal Asset
 and International Monetary Interdependence,”
 University of Southern California,
 Los Angeles, California, manuscript.
- 15 Sakuragawa, M. and Hosono, K.(2010) /
 “Fiscal Sustainability of Japan:
 A Dynamic General Equilibrium Approach,”
Japanese Economic Review, Vol. 61, No. 4, 517-537.
- 16 Solow, R.(1956) /
 “A Contribution to the Theory of Economic Growth:
 A Contribution to the Theory of Economic Growth,”
Quarterly Journal of Economics, 70, 65-94.
- 17 Trehan, B. and Walsh, C. E.(1988) /
 “Common trends, the government’s budget constraint,
 and revenue smoothing,”
Journal of Economic Dynamics and Control,
 Vol. 12, No. 2-3, 425-444.
- 18 Trehan, B. and Walsh, C. E.(1991) /
 “Testing Intertemporal Budget Constraints:
 Theory and Applications to U.S. Federal Budget
 and Current Account Deficits,”
Journal of Money, Credit and Banking,
 Vol. 23, No. 2, 206-23.

Population Dynamics and Sustainability of Public Debt

Atsumasa Kondo

This paper examines the relationship between population dynamics and sustainability of public debt using a simple dynamic general equilibrium model that includes changes in population. In addition to defining long-term sustainability of public debt, the paper demonstrates through analysis the time-paths of government debt and the threshold of initial government debt for sustainable public finances. It also offers a logical analysis as to how changes in population growth and population size could have an impact on these factors.

Key Words: sustainability of public debt, dynamics of government debt, population dynamics, dynamic general equilibrium