

< 修 士 論 文 >

コロナ禍の低金利に対する
金利上昇を想定した
個別企業の倒産リスク評価

滋賀大学大学院
データサイエンス研究科
データサイエンス専攻

修 了 年 度 : 2022年度

学 籍 番 号 : 6021121

氏 名 : 谷口 友哉

指 導 教 員 : 清水 昌平

提出年月日 : 2023年1月11日

目次

第 1 章	研究背景と目的	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究目的	2
1.3	本論文の構成	2
第 2 章	倒産の歴史と先行研究	3
2.1	わが国における企業倒産と企業支援の歴史	3
2.2	倒産リスク評価に関する先行研究	3
第 3 章	金利補正	5
3.1	使用データ	5
3.1.1	有利子負債平均金利	6
3.2	手法	7
3.2.1	Random Forest	7
3.2.2	XGBoost	8
3.2.3	LightGBM	8
3.2.4	パラメータチューニング	9
3.2.5	評価方法	9
3.3	結果	10
第 4 章	倒産リスク推定	12
4.1	使用データ	12
4.1.1	現預金手持日数	13
4.1.2	長短期借入金合計	14
4.1.3	有利子負債平均金利	14
4.2	手法	15
4.2.1	ロジスティック回帰モデル	15
4.2.2	評価方法	15
4.3	モデル構築と結果	16
4.3.1	モデル構築	16
4.3.2	結果	17
第 5 章	売上高・雇用の損失シミュレーション	20
5.1	分析設計	20
5.2	シミュレーション結果	20
第 6 章	考察と今後の展望	22
	謝辞	23
	参考文献	24

第1章 研究背景と目的

1.1 研究背景

新型コロナウイルス感染症 (Coronavirus disease 2019 : COVID-19) は、中国湖北省武漢市における原因不明の肺炎の集団感染事例として、2019 年 12 月に世界保健機関 (World Health Organization : WHO) へ報告された [1]. 次第に世界中の国や地域へと感染が拡大し、2020 年 3 月 11 日に WHO は、COVID-19 を世界的な大流行 (パンデミック) であると表明した [2]. WHO の発表によると、2023 年 1 月 1 日時点で、世界の累積感染者数は約 6.6 億人、累積死者数は約 667 万人に上る [3]. 日本においても 2020 年 3 月中旬から感染源不明の感染者が発生し、3 月下旬には主に都市部において集団発生が報告された。2020 年 4 月以降は日本全国で COVID-19 の感染が拡大し、2020 年と 2021 年には計 4 回の緊急事態宣言が発出された。

緊急事態宣言の発出や緊急事態宣言の発出に伴う各自治体の対応により、飲食店を中心に様々な施設へ休業や営業時間短縮が要請された。国民は行動制限を求められ、企業の経済活動が大きく抑制された日本経済は、コロナ禍において未曾有の事態に陥っている。株式会社帝国データバンク (以下、TDB) が日本全国の企業を対象に 2020 年 2 月から 2022 年 3 月まで毎月実施した新型コロナウイルス感染症に対する企業の意識調査 [4] によると、2020 年 4 月には調査に回答した企業の 88.8% がコロナ禍が業績にマイナスの影響を与えていると回答した。2022 年 3 月においても、回答した企業の 71.8% がコロナ禍が業績にマイナスの影響を与えていると回答 [4] しており、コロナ禍が日常生活や経済活動に影響を与えていると言えるだろう。

コロナ禍で苦境に陥っている企業を救済するため、日本政府は無金利無担保政策 [5] や雇用調整助成金など、事業継続のための支援策を講じている。政府だけでなく各都道府県が独自に企業を支援する策を講じており、例えば千葉県では中小企業を支援する緊急借換資金保証制度 [6] を実施している。TDB の調査によると、2021 年における日本企業の倒産件数は 6,015 件にとどまり、2000 年以降で最少の倒産件数となった。[7]. 1999 年以前と比較しても、倒産件数 6,015 件は 1966 年の 5,919 件以来、約半世紀ぶりの歴史的な低水準である。さらに、2021 年は 2016 年以来 5 年ぶりに上場企業の倒産が発生しなかった。

一方で、緊急事態宣言による行動制限で直接的なダメージを受けた対消費者販売業種を中心に厳しい経営を余儀なくされている企業も存在している。特に飲食業では、2020 年の飲食店における倒産件数は過去最多であった [8]. 無金利無担保政策など、企業支援の政策によって倒産は表面化していないが、中小企業支援協議会への相談件数 [9] や保証協会の代位弁済 [10] が増加傾向である。さらに主に中小企業向けに貸出を行っている日本政策金庫の発表によると、コロナ禍で借入金額が増加しているという報告もある [11]. 日本政策金庫が作成した図 1 によると、2022 年第一四半期における中小企業の平均借入金額は 5,156 万円であり、1999 年以降最多となった。さらに、TDB が 2022 年 8 月に実施した無金利無担保政策に関する企業の意識調査 [12] では、無金利無担保政策で借入を行った企業の 12.2% が返済に不安を感じていると回答した。大同生命保険株式会社が 2022 年 11 月に実施した同様の意識調査 [13] においても、無金利無担保政策で借入を行った企業の 14% が返済の滞りを懸念している。また、政府の方針変更や金融引き締めの一環として銀行の貸出態度の変化による今後の倒産企業の増加が懸念されている。そのため、COVID-19 による影響が現れた企業状態における倒産リスクを評価し、日本が抱えるリスクを定量化することは極めて重要なテーマである。

金融工学の分野では財務諸表から得られた財務指標から企業の倒産確率を予測し、信用リスクを評価する研究が行われている。特に 1990 年代の不良債権問題や金融危機以降に注目を集め、経験則的な方法だけでなく、データをもとにした統計モデルによるアプローチが開発された [14]. 梅谷 (2013) では、統計モデルによる短期的な倒産予測に重要な指標として売上高に対する現預金の大きさや、借入余力を表現する指標として借入金利などが用いられている [15]. しかしながら、コロナ禍においては無金利無担保政策により金利が引き下げられ、企業の経営状況に関わらず新たな借入が可能である。政策介入によって低下した借入金利に

倒産リスクが表れないため、従来のように財務指標から倒産を予測することは困難である。

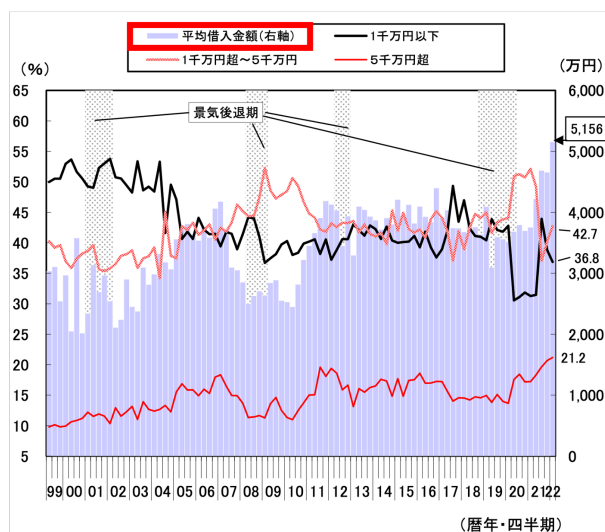


図 1: 中小企業における借入金額の推移, 株式会社日本政策金融公庫, 第 212 回 信用保証利用企業動向調査結果の概要, 2022.[11] から抜粋)

1.2 研究目的

そこで本研究では, TDB が保有する非上場企業を含む企業の財務情報と倒産情報を用いて, 低下した金利ではなく, 借入の大きさに値するように金利を企業の財務指標を用いて補正し, 借入金利の面で正常な経済状況での倒産リスクを評価する. この研究の利点は 2 点あると考えている. 1 点目は金利を補正することで, 全国の企業に対してコロナ禍の倒産リスクに対する示唆を正しく捉えられることができる. 2.2 節でも述べる通り, 先行研究では一部の倒産企業や業種に限定された研究が多く報告されている. また, 決算書のデータは上場企業しか得られないことが多いが, 本研究では TDB が保有するデータを使用し, 日本全国の企業を網羅的に捉えることができる. 2 点目は政策評価や企業支援といった意思決定に役立てられることである. 無金利無担保政策によってどの程度の損失を防ぐことができたのかを定量的に評価できる.

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである. まず, 2 章ではわが国における企業倒産の歴史と倒産リスク評価に関する先行研究をまとめる. 3 章では金利補正に用いるデータと補正方法, および金利補正の結果を述べる. 4 章では実際に得られた有利子負債平均金利と 3 章で補正した金利のそれぞれを用いて, コロナ禍における企業ごとの倒産リスクを推定する. 5 章では 4 章で推定した倒産リスクを評価するために, 倒産によって失われる売上高や雇用の損失をシミュレーションする. 最後に 6 章で結論と今後の展望を述べる.

第2章 倒産の歴史と先行研究

2.1 わが国における企業倒産と企業支援の歴史

近代では企業活動が広がることにより、企業間取引は現金・現物取引から信用取引へ移行した。白田 (2014)[16]によると、企業間取引が現金・現物取引であった時代では、取引先企業の倒産が経営に重大な影響をもたらすことは稀であったが、1900年頃から信用取引を担う金融機関が多く設立されて以降、企業の倒産予測を含めた信用管理が行われてきている。一方で、1986年末から1992年2月までのバブル景気以前における大企業の倒産は稀であった。しかし、バブル景気の崩壊によって倒産企業が増加し、1997年には日産生命保険、三洋証券が会社更生法を申請した。これらは第二次世界大戦後初の保険会社、証券会社の倒産であった。さらには北海道拓殖銀行や山一證券といった金融機関が相次いで倒産した。この状況から、勝田、田中、萩原 (2011)[17]でも述べられている通り、企業の倒産予測への期待が高まったと言われている。2008年9月には米国サブプライムローンの巨額損失で、リーマン・ブラザーズ・ホールディングスが経営破綻したことを発端とする、世界的不況、いわゆるリーマン・ショックが起こった。わが国では、日本法人のリーマン・ブラザーズ証券が戦後歴代2位の負債3兆4,314億円を抱え民事再生法を申請した。リーマン・ショックの余波は広がり、2008年の上場企業倒産は戦後最多を記録した。そこで日本政府はリーマン・ショックの影響を受けた中小企業の資金繰りを支えるために、2009年12月から中小企業金融円滑化法を施行した。2009年の中小企業金融円滑化法施行以降、日本全国の企業倒産は減少傾向であり、中小企業金融円滑化法による倒産抑制の効果があったことが示唆される。2020年3月から2023年2月現在に至るまで続くコロナ禍においても、1章でも述べた通り、多くの企業がコロナ禍が業績にマイナスの影響を与えていると感じている一方で、政府や地方自治体による支援制度の功績もあり、倒産件数は記録的な低水準となっている。

2.2 倒産リスク評価に関する先行研究

企業の倒産が経済に与える影響は大きく、企業倒産に関する研究は盛んに行われている。戸田 (1974)[18]では、企業倒産によって従業員だけでなく、従業員の家族、取引先、消費者など広範囲に倒産の影響を及ぼすと述べられている。そのため梅谷 (2013)[15]においても、倒産予測の研究には企業の倒産防止としての有用性が期待されると言及されている。

川上・楠田 (2021)[19]では、マクロな観点で倒産件数全体を捉えるためにコロナ禍における倒産件数と失業率をマクロ経済指標により予測している。いずれのマクロ経済指標も先行き軽微に止まるとの結果を示している。一方でミクロな観点で倒産を捉えるために、貸借対照表や損益計算書、決算書などの財務諸表から得られた財務指標を用いた個別企業の倒産予測も多く行われてきている。Beaver (1966)[20]は倒産予測モデルの嚆矢として知られている。Beaver (1966)では30種類の財務指標に着目し、それぞれの財務指標がどれほど倒産予測に寄与しているかを平均値の差の検定などを用いて1変数ごとに検討し、倒産企業と生存企業を識別する能力が検証された。Altman (1968)[21]では、多変数を同時に用いて判別関数による多変数倒産予測モデルを構築した。5個の財務指標を用いた倒産予測モデルが構築され、33社ずつの倒産企業と非倒産企業を95%の精度で分類することに成功している。Altman (1968)を契機とし、多変量倒産予測モデル研究が盛んに研究されるようになった。我が国では、戸田 (1974)や白田 (1996)[22]の研究で、Altman (1968)が提案したモデルをわが国の実情を反映し、モデルを改良している。戸田 (1974)では、有利子負債平均金利などの5つの財務指標で倒産が判別できることを主張している。白田 (1996)ではSAFモデルと呼ばれる判別モデルを提案し、有利子負債平均金利などの4つの財務指標で倒産が判別できることを主張している。

Altman (1968) が採用した判別関数による倒産の判別だけでなく, Shin, Lee and Kim (2005)[23], Min and Lee (2005)[24], Min, Lee and Han (2006)[25] などではニューラルネットワークや Support Vector Machine (SVM), さらには遺伝的アルゴリズムなどの手法を用いて, 倒産を判別した研究も報告されている。また, 保坂, 高田, 大沼 (2016)[26] では, AdaBoost で財務指標を逐次的に選択し, 企業の有利子負債平均金利などの財務指標を用いて企業の倒産を高い精度で判別している。

判別分析による倒産予測モデルは各企業について倒産するか否かに 2 分類するものであるが, 他方で, 上述した倒産を判別する研究だけでなく, 倒産する確率を定量的に評価しようとする研究もある。特に実務上では, それぞれの企業がどの程度倒産するリスクがあるかを定量的に判断した上で, 企業取引や融資, さらには政策上の意思決定が行われる。したがって, 倒産を判別するよりも, 倒産リスクを定量的に評価できる研究が注目を集めるようになった。代表的なものとしては Martin (1977)[27] や Ohlson (1980)[28] が挙げられる。Martin (1997) では, ロジスティック回帰モデルを用いて銀行の倒産予測を行なっている。Ohlson (1980) ではロジスティック回帰モデルを用いて, 企業倒産に関する実証研究を行なっている。倒産確率を定量的に予測するモデルから得られる情報を用いることで, 予測対象企業の倒産リスクがどの程度深刻であるかを定量的に判断することができる。

倒産予測モデルを適用する対象も, 様々な研究が存在している。例えば, 日本の中小企業に注目した山下・川口 (2003)[29] が挙げられる。中小企業信用リスク情報データベース運営協議会が保有する財務指標を利用し, ロジスティック回帰モデルで倒産確率を予測している。山下・川口 (2003) では, 自己資本比率や現預金に関する財務指標が倒産確率に大きく寄与しているという結果が得られた。また, 日本の上場企業に着目した及川 (2010)[30] では, 売上高経常利益率や有利子負債平均金利などの説明変数からなる倒産確率モデルを導出している。さらに倒産予測は実際の商取引でも活用されている。TDB では 2002 年から倒産企業を判別する倒産予測値と呼ばれる商品を販売し, 一般の事業会社でも取引先の倒産リスクを定量的にモニタリング評価が可能となっている [31]。財務指標等から得られる定量的な倒産予測を商取引に用いることで, 取引先企業における企業審査の均質化や客観的な判断が実現可能である。

本研究では倒産を確率的に捉える先行研究と同様に, 統計モデルによって倒産リスクを推定する。また, 各企業の財務データを用いることができるため, コロナ禍での個社企業の倒産リスクを評価する, つまりミクロな観点で分析する。個社でのリスク評価が実現できれば, 企業支援や企業との取引時の意思決定に役立つことが想定される。さらに, 本研究で着目する有利子負債平均金利は, これまでの倒産リスク評価の先行研究においても重要な変数であることが述べられている。したがって, コロナ禍における有利子負債平均金利を補正し, 潜在的な企業の倒産リスクを把握することには十分意義があると言える。

第3章 金利補正

1章でも述べた通り、コロナ禍では無金利無担保政策等により金利が例年と比べても特に低水準となっている。従って、先行研究のように有利子負債平均金利や長期短期借入金を説明変数に含めた倒産予測モデルでは、コロナ禍における企業の倒産リスクを正しく評価することが難しい。本研究では、借入に対する適正な金利発生による倒産リスクの変化をとらえるために、TDBが保有する企業の財務・企業情報を用いて、コロナ禍の2020年9月から2021年12月の金利を補正する。本研究では財務指標を他の財務指標で予測するが、財務指標は様々な要因が複雑に関連し合うことが考えられるため、線形モデルでは十分な予測が困難である。したがって、一般的に機械学習手法で広く用いられており、実データにおいても十分な予測精度が期待できる、Random Forest[32], XGBoost[33], LightGBM[34]を用いて金利を予測するモデルを構築する。本研究では約10万社を対象とした大規模なデータを扱うことから、Random Forest, XGBoost, LightGBMを採用することは妥当であると考えられる。財務指標である有利子負債平均金利を目的変数とし、異常値を含まないすべての財務指標を説明変数にとったモデルを構築する。モデルの学習には2018年4月から2019年3月に変則決算でない決算を迎えた企業を対象とし、2019年4月から2020年3月に変則決算でない決算を迎えた企業での精度を検証する。この期間にモデルを学習したのは、コロナ禍の影響を受ける直前の経済状況を反映させるためである。また、2018年と2019年の経済状況は同質であることを仮定している。また、無金利無担保政策によって企業の有利子負債平均金利が低く抑えられていることを仮定し、コロナ禍の影響を受ける前での金利補正モデルを用いて、2020年9月から2021年12月に決算を迎えた企業の有利子負債平均金利を補正する。

3.1 使用データ

TDBが保有する決算書データには700項目を超える決算科目情報が収録されており、また、財務科目を用いて計算した財務比率を算出している。本研究では、金利の予測精度を向上させ、コロナ禍における金利を補正するため、TDBで算出した財務比率における異常値を含まず完全データとして使用できる45個の財務指標に着目する。その財務指標の一部を表1に示す。3.1.1節で述べる通り、企業規模によって金利が異なるという結果が得られたため、企業規模をダミー変数化して金利補正に用いた。表2に示す通り、企業規模は中小企業庁が定める企業規模の定義[35]を採用する。なお、中小企業の企業規模の際に用いられる業種は、総務省が所管する日本標準産業分類(最新版は第13回)をさらに分類したものとなっている。

ここで、金融・保険業は預金額に相当するものが売上高などに該当しており、決算書の考え方が他の産業と大きく異なるため、以降の分析では対象外とした。金利を補正するデータセットに含まれる企業の産業構成と企業規模を表3に示す。ここでは、日本標準産業分類をさらに大きく分類し、建設業、製造業、サービス業、卸売業、小売業、その他産業としている。

表 1: 金利補正で用いた財務指標 一部抜粋

財務指標	単位	概要
有利子負債平均金利	%	借入金利の程度を示す
有利子負債平均金利 (前年)	%	前年の有利子負債平均金利
売上高金利負担率 (前年)	%	前年の売上高に対する前年の金融費用の割合
売上高営業費用率	%	売上高に対する営業費用の割合
借入金月商倍率	月	長短期借入金が何ヶ月分の月商に相当するのか
経常損益比率	%	経常費用に対する経常収益の割合
売上高営業外収益率	%	売上高に対する営業外収益の割合
売上高経常利益率	%	売上高に対する経常利益の割合
借入依存度	%	総資産に対する長短期借入金の割合
固定負債回転期間	倍	固定負債に対する営業利益の割合
企業規模	(単位なし)	資本金と従業員数で企業規模を分類したダミー変数

表 2: 中小企業庁における企業規模の定義

業種	中小規模	小規模
製造業その他	資本金の総額 3 億円以下または従業員数 300 人以下	従業員数 20 人以下
卸売業	資本金の総額 1 億円以下または従業員数 100 人以下	従業員数 5 人以下
小売業	資本金の総額 5 千万円以下または従業員数 50 人以下	従業員数 5 人以下
サービス業	資本金の総額 5 千万円以下または従業員数 100 人以下	従業員数 5 人以下

ここで、金融・保険業は預金額に相当するものが売上高などに該当しており、決算書の考え方が他の産業と大きく異なるため、金利補正以降の分析では対象外とした。金利を補正するデータセットに含まれる企業の産業構成と企業規模を表 3 に示す。ここでは、日本標準産業分類をさらに大きく分類し、建設業、製造業、サービス業、卸売業、小売業、その他産業としている。

表 3: 産業分類

	建設業	製造業	サービス業	卸売業	小売業	その他業種
大規模	143	804	443	525	404	869
中小規模	8,539	10,552	6,286	13,580	3,086	7,987
小規模	30,502	5,896	1,178	3,371	901	3,747
計	39,184	17,252	7,907	17,476	4,391	12,603

3.1.1 有利子負債平均金利

上述の通り、有利子負債平均金利は借入金利の程度を示す財務指標である。金利補正で用いるデータセットごとに、有利子負債平均金利の要約統計量を算出した結果を表 4 に示す。表 4 の通り、コロナ禍前の決算データと比較しても、コロナ禍の有利子負債平均金利は全体的に低くなっている傾向が見て取れる。

表 4: データセットごとの有利子負債平均金利 要約統計量

期間	企業数	最小値	第 1 四分位数	中央値	平均値	第 3 四分位数	最大値
2018 年 4 月 ~ 2019 年 3 月	118,857	0.01	0.78	1.27	1.53	1.94	11.8
2019 年 4 月 ~ 2020 年 3 月	114,411	0.01	0.74	1.22	1.48	1.88	11.6
2020 年 9 月 ~ 2021 年 12 月	98,813	0.01	0.54	0.89	1.08	1.38	10.2

また、表 4 と、図 2 で示す有利子負債平均金利の分布より、有利子負債平均金利は右に歪んだ分布をしていること、さらに 0 から 1 の間に値が集中している特徴があることがわかる。したがって、分布を正規分布に近づけ、有利子負債平均金利の予測を安定させるために、有利子負債平均金利を $(\log(x + 1))$ で対数変換する。

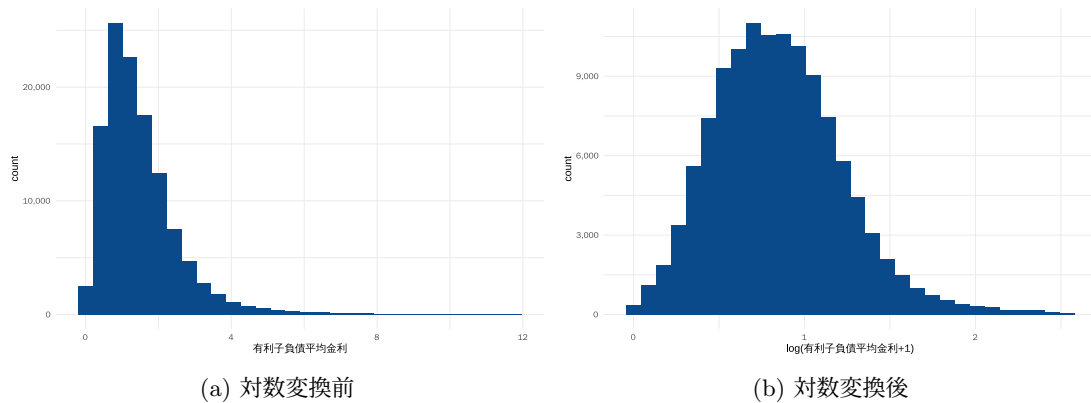


図 2: 有利子負債平均金利のヒストグラム

さらに、表 2 の定義に従って分類した企業規模ごとに、有利子負債平均金利の時系列変化を可視化した図を図 3 に示す。図 3 に示す通り、企業規模が小さくなるにつれて、有利子負債平均金利の第 1, 第 3 四分位数、中央値が高い傾向が読み取れる。したがって、金利補正モデルにおいても、企業規模によって金利が異なることを仮定し、企業規模をダミー変数化して説明変数に採用する。

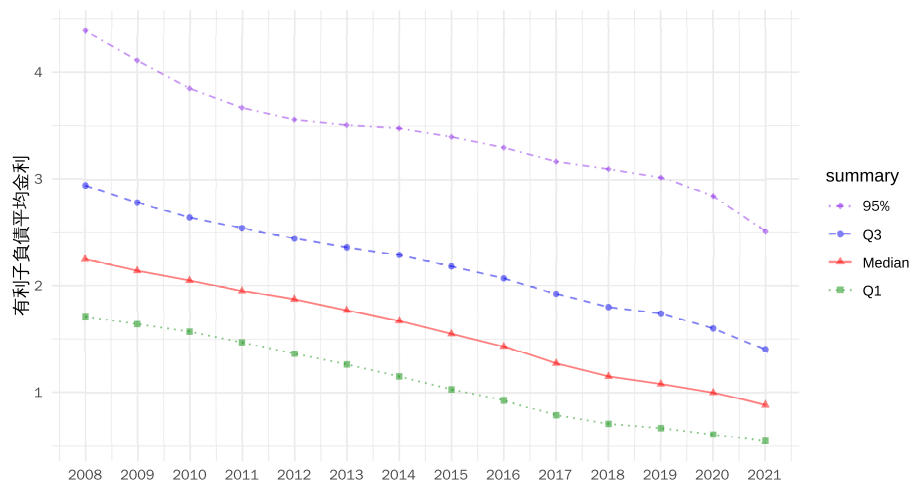


図 3: 企業規模ごとにおける有利子負債平均金利の時系列変化

3.2 手法

3.2.1 Random Forest

Random Forest は Breiman (2001) で提案されたアンサンブル学習法の一つであり、ランダムに選ばれた学習データおよび説明変数から構築される複数の決定木の結果を合わせて分類や回帰を行うアルゴリズムである。個々の決定木は高い識別性能をもつわけではないが、決定木を複数用いることで高い予測性能を得ようというモチベーションである。個々の決定木がアンサンブル学習における弱識別器に相当する。波部 (2012) によると、Random Forest は単純な構造にかかわらず良好な結果が得られていることや大規模なデータに適していること、学習・評価が高速であること、回帰など様々な問題に適用可能であることから様々な分野で応用されている [36]。Random Forest では、あるデータセットの中から重複を許した無作為抽出をし、

複数個のデータセットを作成する。複数のデータセットそれぞれで決定木を構築し、それぞれの予測値の算術平均を予測値として返す。

3.2.2 XGBoost

XGBoost は Chen & Guestrin (2016) で提案されたアンサンブル学習法の一つであり、ブースティングと決定木を組み合わせて分類や回帰を行うアルゴリズムである。ブースティングとは、弱学習器を複数作成し、一つ前の学習器の誤りを次の学習器が修正するという操作を繰り返し行うことで性能を向上させる機械学習フレームワークである。

サンプルサイズが \mathcal{I} で特徴量の数が \mathcal{M} のデータ $\mathcal{D} = (\mathbf{x}_i, y_i) (\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{\mathcal{M}}, y_i \in \mathbb{R})$ に対する予測モデルを構築することを想定する。 $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ 個のツリーを加法的に組み合わせた予測モデルは以下のように定式化できる。

$$\hat{y}_i = \phi(\mathbf{x}_i) = \sum_{k=1}^{\mathcal{K}} f_k(\mathbf{x}_i), \quad f_k \in \mathcal{F}$$

ここで、

$$\mathcal{F} = \{f(\mathbf{x}) = w_{q(\mathbf{x})}\} (q: \mathbb{R}^{\mathcal{M}} \rightarrow T, w \in \mathbb{R}^T)$$

は回帰木空間を表し、CART (Classification and Regression Tree) とも呼ばれている。 \mathbf{x}_i は入力、 \hat{y}_i は出力、 q は木の構造を表し、 T は木の中における葉の数である。それぞれの f_k は、独立した木の構造 q と葉の重み w に対応する。決定木とは異なり、各回帰木は各葉に連続的なスコアを含むので、 i 番目の葉のスコアを表すのに w_i を使用する。XGBoost はモデルの能力を評価する目的関数 (objective function) が最小となるように逐次的に決定木を構築する。目的関数は推定値と実測値の差を表す損失項 (loss term) と木構造の複雑さを表す正則化項 (regularization term) の和となっており、モデルが複雑になり過学習が起こることを防いでいる。モデルで使用される関数集合を学習するために、以下の正則化された目的関数を最小化する。

$$\mathcal{L}(\phi) = \sum_i l(\hat{y}_i, y_i) + \sum_k \Omega(f_k), \quad \Omega(f) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \|w\|^2$$

ここで l は予測値 \hat{y}_i と目標値 (target value) y_i との差を求める損失項である。また、 l は微分可能な凸損失関数である。 Ω はモデルの複雑さに罰則を与える正則化項である。過学習を避けるために重みを縮小する働きがある。 γ と λ はハイパーパラメータであり、交差検証などで最適な値を探索する。 $\Omega(f)$ の第一項は木のノードの数に応じて罰則が課される。木の大きさに制限をかけることで、過学習を回避する。ハイパーパラメータ γ を大きくすると、よりノード数が少ないツリーが選ばれやすくなる。 $\Omega(f)$ の第二項は各ノードが返す値の大きさに対して罰則が課される。ハイパーパラメータ λ を大きくすると、より小さい w が好まれる。 w が小さいということは最終的な出力を決める $\sum_{k=1}^{\mathcal{K}} f_k$ で足し合わされる値が小さくなり、過適合を避けることに繋がる。XGBoost では、以下の式 (1) のように目的関数 $\mathcal{L}(\phi)$ を最小化するような t 個の木を構築する。 t 個目の木を構築する際は t 個の木を同時に構築するのではなく、 $t - 1$ 個目までに構築したツリーを所与とし、目的関数を最小化するような木を構築する。ここで、 $\hat{y}_i^{(t)}$ は t 個目の木を構築した時の、 i 番目の要素における予測値とする。

$$\mathcal{L}^{(t)} = \sum_{i=1}^n l(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(\mathbf{x}_i)) + \Omega(f_t) \quad (1)$$

3.2.3 LightGBM

Guolin, et al (2017) で提案された Light Gradient Boosting Machine (LightGBM) も、XGBoost と同様に、決定木アルゴリズムに基づいた勾配ブースティングの機械学習フレームワークである。LightGBM は決定木を高速に学習させるための 3 つの既存技術と新しく提案した 2 つの技術を用いている。1 つ目の既存手法は、決定木の枝をそれ以上分岐させても予測が改善しなくなったら分割を停止する剪定方法である

pre-pruning である。すべてのノードにおいて、木の分割に用いる指標である不純度がゼロになるように決定木を成長させると過学習の問題が発生する。そのため剪定 (pruning) を行い、適当な木の大きさにする必要がある。予測の改善がなくなったかどうかは、それ以上分割すると誤差が増えたかどうかで判断する。2 つ目の既存手法は、情報利得が最大の枝から順に伸ばす best-first である。3 つ目の既存手法は、連続値の特徴量を離散化し、最適な分割点の探索の計算量を減らす histogram-based algorithm である。Guolin, et al (2017) で提案された 1 つ目の新しい手法は、勾配の情報を活用して近似精度の良いサブサンプリングをする Gradient-based One-Side Sampling (GOSS) である。2 つ目の新しい手法は、one-hot encoding のように相互に排他的であるスパースな特徴量を密な特徴量にまとめ、効率良く学習する Exclusive Feature Bundling (EFB) である。これらの技術を用いた LightGBM は、他の機械学習手法と比較して計算が高速であり、なおかつ高精度であることから、近年では多くの場面で用いられている。

3.2.4 パラメータチューニング

上記の機械学習手法の予測精度を向上させるために、パラメータをチューニングすることが一般的である。上記の機械学習手法には様々なパラメータが存在するが、本研究では代表的である mtry, min_n, tree_depth の 3 つのパラメータを、R を用いてチューニングする。mtry は各ノードで分割に用いる特徴量の数、min_n はノードに最低限含まれるサンプルサイズ、tree_depth は木の深さを表すパラメータである。また、パラメータチューニングでは探索空間を最大限カバーするため、Space-filling designs (空間充填計画) の Maximum Entropy Designs (Shewry & Wynn, 1987)[37] を採用する。パラメータチューニングの予測精度は Root Mean Square Error (RMSE) で評価し、RMSE が最良となったパラメータを採用する。モデル $f(x)$ から得られた予測値 \hat{y} と真の値 y のペアが N 個 $(y_1, \hat{y}_1), \dots, (y_N, \hat{y}_N)$ 存在する時、RMSE は以下の式 (2) で定義される。式 (2) から分かる通り、RMSE は予測値と真の値との差を評価しており、値が 0 に近いほど予測精度が良いことを表す。

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (2)$$

3.2.5 評価方法

上記の機械学習手法は一般的な回帰モデルのように説明変数の係数を推定するわけではないため、一般的には説明変数が無作為に選択された際の予測誤差の大きさを計算した変数重要度と呼ばれる指標によりモデルを評価する。変数重要度には木の分割に用いるジニ不純度といった不純度 (impurity) に基づく手法と、分割手法に依存しない手法がある。本研究では、直感的な解釈が可能であり分割手法に依存しない手法の 1 つである、Permutation Importance[38] を変数重要度とする。Permutation Importance はある説明変数をランダムに並べ替えたときにモデルの予測精度が大きく悪化すれば、その説明変数が予測精度の向上に寄与しており、重要であるという解釈をする。以下では、Permutation Importance におけるモデルの予測精度を RMSE で評価し、変数重要度を算出する。また、Random Forest, XGBoost, LightGBM の予測精度を比較するため、機械学習の評価指標として一般的に用いられる決定係数 R^2 と RMSE を評価指標として採用する。予測値を \hat{y} 、真の値を y 、真の値 y の標本平均を \bar{y} とした時、決定係数 R^2 は以下の式 (3) で定義される。決定係数はデータに対して、推定したモデルの当てはまりの良さを表し、0 から 1 までの値をとる。1 に近いほど、モデルが実際のデータに当てはまっていることを表している。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (3)$$

以下では、3 つのモデルの中で決定係数と RMSE が最良であったモデルを採用し、2020 年 9 月から 2021 年 12 月に決算を迎えた企業の有利子負債平均金利を補正する。

3.3 結果

モデルの学習には 2018 年 4 月から 2019 年 3 月に変則決算でない決算を迎えた企業を対象とし、2019 年 4 月から 2020 年 3 月に変則決算でない決算を迎えた企業で精度を検証する。表 5 に示す通り、パラメータチューニング後の決定係数と RMSE が最良のモデルは LightGBM であった。さらに、今回構築した金利補正モデルの変数重要度を図 4 に示す。図 4 は各特徴量によって RMSE をどれだけ改善できたかを示している。縦軸は各説明変数であり、上に位置する説明変数ほど予測の観点で重要であることを示唆している。図 4 が示す通り、精度が最良であった LightGBM において、最も変数重要度が大きい説明変数は前年の売上高金利負担率であった。その次には、借入金月商倍率、前年の有利子負債平均金利、売上高営業費用率が重要であることがわかる。

表 5: 全業種 パラメータチューニング後の予測精度

	R^2	RMSE
Random Forest	0.620	0.712
XGBoost	0.613	0.714
LightGBM	0.638	0.692

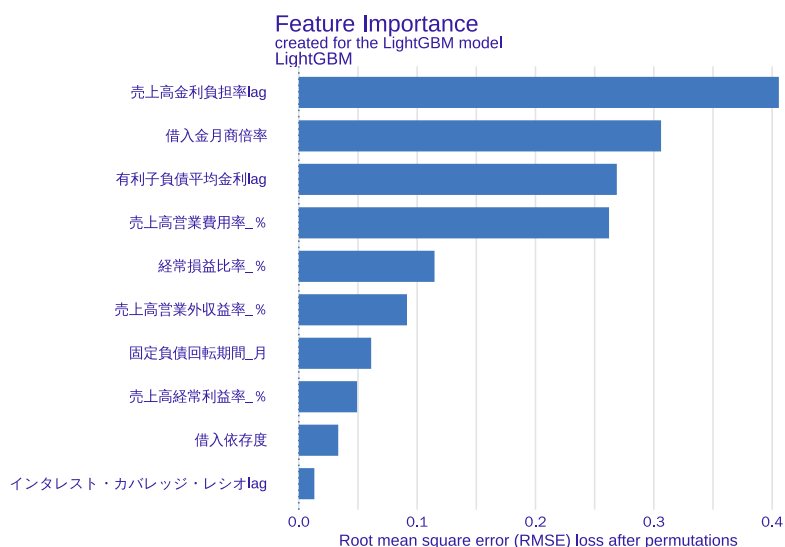


図 4: 全業種 変数重要度 (LightGBM)

さらに、各企業における実際の有利子負債平均金利とそれぞれのモデルで推定した補正金利の箱ひげ図を図 5 に示す。3 つのモデルともに、平均的な傾向を捉えることができていることがわかる。一方で、Random Forest は有利子負債平均金利が高い企業を過小に補正していることがわかる。

また、各企業における実際の有利子負債平均金利と LightGBM で推定した補正金利の要約統計量を表 6 に示す。表 6 によると、LightGBM で推定した補正金利の方が、実際の有利子負債平均金利と比べて全体的に高い水準となっている。したがって、企業ごとの有利子負債平均金利がコロナ禍の無金利無担保政策で低く抑えられているという仮説通りの結果が得られ、金利が高くなる方向に補正できた。

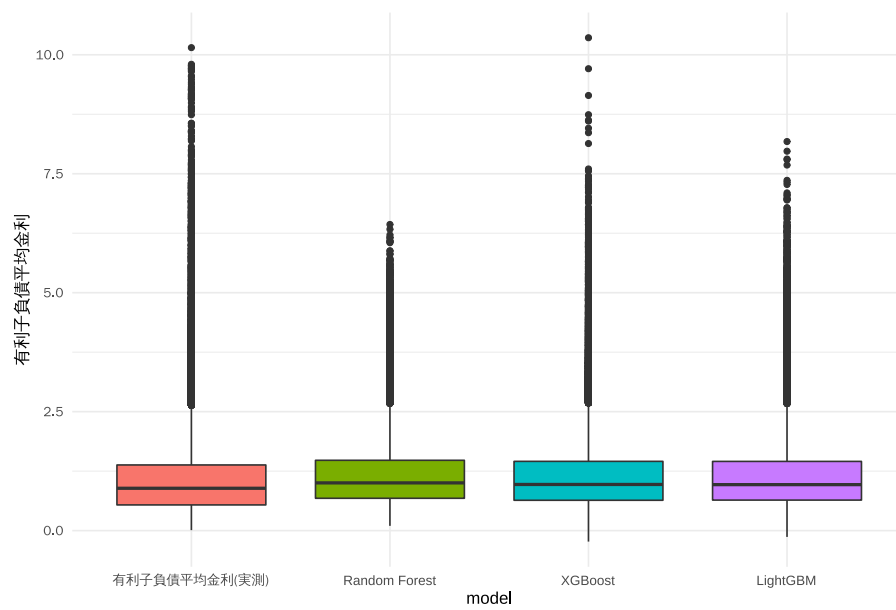


図 5: 実測値と予測値の箱ひげ図

表 6: 実際の有利子負債平均金利と LightGBM による補正金利の要約統計量

金利	最小値	第 1 四分位数	中央値	平均値	第 3 四分位数	最大値
有利子負債平均金利	0.01	0.54	0.89	1.08	1.38	10.15
補正金利 (LightGBM)	0.01	0.64	0.97	1.14	1.46	8.18

第4章 倒産リスク推定

本章では、倒産リスクを評価するために倒産モデルを構築する。本研究では、金融工学の分野で広く用いられているロジスティック回帰モデル [39] を用いて倒産モデルを構築し、個社ごとの倒産確率を推定する。つまり、倒産確率が条件付き分布がロジスティック回帰モデルで表現可能と仮定している。ツリーベースのモデルも検討したが、多数の金融機関等でも採用されている手法であることから、本研究ではロジスティック回帰モデルを選択した。ロジスティック回帰モデルを用いる利点としては、確率を明示的にモデリングしており、倒産確率を推定したいという目的と合致している。また、コロナ禍のように社会情勢が不安定で倒産の多い時期で倒産モデルを構築するために、本研究では、リーマンショックが起こった 2008 年 9 月から 2009 年 8 月までの 12 ヶ月間での決算書から得られた財務指標を用いて、決算から 1 年以内における倒産の有無を目的変数とした倒産モデルを構築する。したがって、以下で述べる倒産確率は、企業が 1 年以内に倒産する確率と定義する。そして、構築した倒産モデルを 2020 年 9 月から 2021 年 12 月の財務指標にあてはめ、コロナ禍における 1 年以内の倒産確率を推定する。さらに、推定した倒産確率をリーマンショック時の倒産発生確率 (倒産発生確率率 = $100 \times \text{倒産件数} / \text{企業数} (\%)$) と比較し、倒産リスクを分類する。以下の分析の一連の流れは帝国データバンク (2002)[31] を参考に実施している。

4.1 使用データ

本研究では、TDB が保有する財務データから倒産モデルを構築し、コロナ禍における企業の倒産リスクについて議論する。山下・三浦 (2011)[14] によると、データをもとにした統計モデルによる倒産モデルの構築には、質の良い大量のデータベースが不可欠であるとされ、TDB の企業データを活用する意義は大きい。

本研究では、TDB が毎月公表している倒産集計を利用する。この倒産集計 (以下 TDB 倒産件数) は、倒産 4 法 (会社更生法、民事再生法、破産法、特別生産) による法的整理を申請した負債額 1,000 万円以上の法人および個人経営を対象としている。但し、任意整理 (銀行取引停止、内整理など) は集計対象に含まない。なお、倒産は法律用語でないため、定義が曖昧な用語である。一般的には「企業経営が行き詰まり、弁済しなければならない債務が弁済できなくなった状態」を指している [40]。そこで本稿では、TDB の倒産企業の定義に従うこととする。TDB が集計している倒産企業の定義は (1) 銀行取引停止処分を受ける; (2) 内整理する; (3) 裁判所に会社更生手続き開始を申請する; (4) 裁判所に民事再生手続開始を申請する; (5) 裁判所に破産手続き開始を申請する; (6) 裁判所に特別清算開始を申請するの 6 つである [41]。2005 年から 2021 年における年間の TDB 倒産件数推移を図 6 に示す。これは TDB が毎月発行する全国企業倒産集計の月次データを月ごとに足しあげ作成した。倒産件数の推移を見ると、リーマンショック時の 2008 年と 2009 年は 1 年で約 15,000 社倒産していたが、それ以降は減少傾向にある。2020 年の倒産件数は約 7,700 社、2021 年は約 6,000 社とリーマンショック時の半分以下の水準となっている。

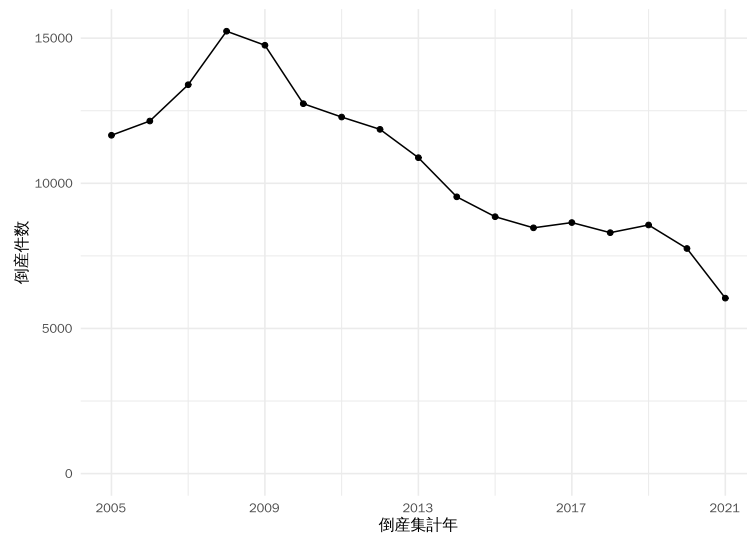


図 6: 倒産件数の推移

ここで、金融・保険業は預金額に相当するものが売上高などに該当しており、決算書の考え方が他の業種と大きく異なるため、金利補正と同様に倒産リスク推定でも分析対象外とする。以下では倒産フラグという指標を目的変数とする。倒産フラグは倒産が観測されていれば1、生存していれば0となる2値データである。倒産モデルに用いた説明変数を表7に示す。なお、長期借入金は返済期日が1年を超える借入金、短期借入金は1年以内に返済期日がくる借入金である。ここで、符号条件が+の説明変数は、その説明変数の上昇が倒産確率の上昇に寄与するとし、符号条件が-の説明変数は、その説明変数の上昇が倒産確率の低下に寄与するとする。

表 7: 倒産モデルの説明変数

財務指標	単位	概要	符号条件
長短借入金合計	千円	長・短借入金と1年以内返済長期借入金の合計	+
有利子負債平均金利	%	借入金利の程度を示す	+
現預金手持日数	日	手持ちの現金が何日分の売上高に相当するか	-
中小規模フラグ	(単位なし)	表2により中小規模と分類	+
小規模フラグ	(単位なし)	表2により小規模と分類	+

4.1.1 現預金手持日数

上述の通り、現預金手持日数は、売上高に対して手持ちの現金をどれほど所持しているかを示す財務指標である。高いほど予備となる資金が多く、回収不足があっても支払に支障をきたしにくいことを表す。倒産モデル構築に用いたリーマンショック時と倒産リスクを評価するコロナ禍の期間における現預金手持日数の要約統計量表8に示す。リーマンショックからコロナ禍までにアベノミクス好景気を含めた2012年11月から2018年10月までの第16循環経済拡張期[42]もあり、企業の現預金手持日数が全体的に増加傾向にあることがわかる。谷口・大里[43]でも言及したとおり、リーマンショック以降で企業が体力をつけていることが示唆される。

表 8: 現預金手持日数の要約統計量

期間	企業数	最小値	第1四分位数	中央値	平均値	第3四分位数	最大値
2008年9月～2009年8月	137,844	0.51	17.2	35.8	50.6	66.7	469
2020年9月～2021年12月	98,813	0.88	47.2	84.7	106.0	140.0	816

また、倒産モデル構築に用いたリーマンショック時の倒産企業と生存企業の現預金手持日数の平均値と中央値を表9に示す。倒産企業においては中央値と平均値が生存企業の約2分の1程度であることがわかる。このことから、現預金手持日数が少ない企業は倒産しやすいことが示唆される。また、表8や表9のとおり、企業が現預金を増やしていたため、コロナ禍での倒産件数が頭打ちとなっているのではないかと考える。

表 9: 現預金手持日数 生存企業と倒産企業

企業状態	企業数	中央値	平均値
生存	137,249	35.9	50.8
倒産	595	15.7	24.8

4.1.2 長短期借入金合計

上述の通り、長短期借入金合計は短期借入金と長期借入金の合計であり、企業がいくら借入をしているかを評価する指標である。倒産モデル構築に用いたリーマンショック時と倒産リスクを評価するコロナ禍の期間における長短期借入金合計の要約統計量を表10に示す。リーマンショック時の最大値がコロナ禍の最大値よりも大きく、平均値はリーマンショック時の方が高くなっている。一方で、コロナ禍で中小企業の借入金額が増加しているという日本政策金庫の報告[11]もある通り、コロナ禍での借入金はリーマンショック時に比べて、平均値と最大値以外の要約統計量が高い水準となっている。

表 10: 長短期借入金合計の要約統計量

期間	企業数	最小値	第1四分位数	中央値	平均値	第3四分位数	最大値
2008年9月～2009年8月	137,844	3	32,510	101,090	1,252,946	339,993	2,542,511,000
2020年9月～2021年12月	98,813	1	51,602	141,929	920,713	420,000	1,590,151,000

また、倒産モデル構築に用いたリーマンショック時の倒産企業と生存企業の長短期借入金合計の平均値と中央値を表11に示す。倒産企業においては中央値が生存企業の約2倍、平均値が生存企業の約3倍であることがわかる。このことから、長短期借入金合計が多い企業は倒産しやすいことが示唆される。

表 11: 長短期借入金合計 生存企業と倒産企業

企業状態	企業数	中央値	平均値
生存	137,249	100,400	1,249,667
倒産	595	316,815	2,009,291

4.1.3 有利子負債平均金利

倒産モデル構築に用いたリーマンショック時の倒産企業と生存企業の有利子負債平均金利の平均値と中央値を表12に示す。倒産企業においては、有利子負債平均金利の中央値と平均値が生存企業より0.9%程高いことがわかる。このことから、有利子負債平均金利が高い企業は倒産しやすいことが示唆される。倒産企業の方が生存企業よりも有利子負債平均金利が高いことは、細野(2005)[44]において、金融機関は倒産確率に応じて金利水準を決定しているといった主張と同じ結果が得られている。

表 12: 有利子負債平均金利 生存企業と倒産企業

企業状態	企業数	中央値	平均値
生存	137,249	2.23	2.43
倒産	595	3.16	3.31

4.2 手法

4.2.1 ロジスティック回帰モデル

ロジスティック回帰モデルは 1958 年に Cox よって提案され、長年様々な分野で応用されている。ロジスティック回帰モデルはベルヌーイ分布に従う変数の統計的回帰モデルの一種であり、リンク関数としてロジットを使用する一般化線形モデルの一種である。以下では、小西 (2010)[45] や、川野、松井、廣瀬 (2018)[46] を参考にロジスティック回帰モデルを定式化する。

いくつかの要因に対し、得られるアウトカムが 2 値として得られる時がある。本研究で扱う、企業の倒産の有無は 2 値データの例である。このような 2 値データ $Y \in \{0, 1\}$ と p 次元の説明変数 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_p)^T$ に関して、 n 個のデータ $\{(y_i, \mathbf{x}_i); i = 1, \dots, n\}$ が手元にあるとする。目的変数に対する事後確率を

$$\Pr(Y = 1 | \mathbf{x}) = \pi(\mathbf{x}), \Pr(Y = 0 | \mathbf{x}) = 1 - \pi(\mathbf{x})$$

とおくと、ロジスティック回帰モデルは、以下の (4) 式と定式化される。

$$\begin{aligned} \log \frac{\pi(\mathbf{x})}{1 - \pi(\mathbf{x})} &= \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} \\ &= \beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i, (i = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 β_0 は切片、 $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_p)^T$ は p 次元回帰係数ベクトルである。さらに、ロジスティック回帰モデルは以下のロジット変換によって、(5) 式のように書ける。

$$\begin{aligned} \pi(\mathbf{x}) &= \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip})}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip})} \\ &= \frac{\exp(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i)}{1 + \exp(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i)} \end{aligned} \quad (5)$$

目的変数 Y は 2 値の確率変数であるため、以下の確率関数をもつ。

$$f(Y = y | \mathbf{x}) = \pi(\mathbf{x})^y \{1 - \pi(\mathbf{x})\}^{1-y}$$

したがって、対数尤度関数は、(5) 式のロジット変換を用いて、(6) 式のように書ける。

$$\begin{aligned} l(\beta_0, \boldsymbol{\beta}) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i \log \pi(\mathbf{x}_i) + \log\{1 - \pi(\mathbf{x}_i)\}] \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i) - \log\{1 + \exp(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i)\}] \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式を最大にするパラメータ $(\beta_0, \boldsymbol{\beta})$ を求めるために、パラメータ推定には最尤法を用いる。最尤法とは元のデータから最も尤もらしいパラメータを推定する手法である。

4.2.2 評価方法

ロジスティック回帰モデルで予測をしたときに予測精度を測る指標はいくつか提案されている。あるモデルによる判別の予測結果が得られたとき、その判別結果は表 13 の混同行列と呼ばれる指標が一般に用いられている。各セルの TP (True Positive), FN (False Negative), FP (False Positive), TN (True Negative) はそれぞれ、正例を正例と予測した件数、正例を負例と予測した件数、負例を正例と予測した件数、負例を負例と予測した件数を表す。

表 13: 混同行列

		予測ラベル		合計
		1	0	
正解ラベル	1	TP	FN	n_p
	0	FP	TN	n_n
		m_p	m_n	n

もっとも一般的に用いられる正解率 (Accuracy) は, 全ての対象 n の中で, 正解ラベルを正しく予測できたものの割合を表しており,

$$\text{Accuracy} = \frac{\text{TP} + \text{TN}}{n}$$

で定義される最も単純な評価指標である. 再現率 (Recall), 適合率 (Precision) は,

$$\text{Recall} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}}, \quad \text{Precision} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP}},$$

と定義される. Recall は正解ラベルが正例である中で正例と予測できた割合を表し, Precision は正例と予測した中で正解のラベルが正例である割合を表す. Recall と Precision の調和平均が F-measure であり,

$$\text{F-measure} = 2 \left(\frac{1}{\text{Recall}} + \frac{1}{\text{Precision}} \right)^{-1} = \frac{2\text{TP}}{n_p + m_p},$$

と定義される. 一般に Recall と Precision はトレードオフの関係にあり, 総合的に予測精度を評価する指標として F-measure が用いられることが多い.

また, 倒産モデルの評価指標として多く用いられている AR (Accuracy Ratio)[47] でモデルを評価する. 山下・三浦 (2011) によると, AR は将来の倒産事象を完全に予測しているモデルに対して, 推定した倒産確率がどの程度の説明力を持つかを表す指標である [14]. 信用スコアリングモデルの序列性能を評価する際に基本となる指標である. AR は (7) 式のように, AUC (Area Under the Curve) と密接に関連しており, AR か AUC のどちらかが算出できれば, もう一方も算出できる.

$$\text{AR} = 2 \cdot \left(\text{AUC} - \frac{1}{2} \right) \quad (7)$$

AUC は Recall を縦軸に, 偽陽性率 ($\text{TN}/(\text{FN} + \text{TN})$) を横軸にとって描かれる ROC (Receiver Operating Characteristic) 曲線下の面積である. なお, Recall を敏感度 (sensitivity), $1 - \text{偽陽性率}$ を特異度 (specificity) と呼ぶこともある. AR は主に金融工学の分野で用いられ, AUC は分類モデルの判別性能を測る評価指標として分野を問わず一般的に用いられている. AUC が 1 のときが最良であり, ランダムで全く意味をなさないモデルでは 0.5 となる. 一般的に AR 値に絶対的な基準はないが, 尾木 (2017)[48] によれば, 企業規模によって信用リスク評価モデルの AR 値は水準が異なっており, 大規模企業では 0.8 程度, 中小規模企業では 0.6~0.7 程度, 小規模企業では 0.4 程度といった結果が報告されている. 本研究で用いるデータは, 表 3 の通り, 中小規模または小規模企業が大半を占めているため, AR 値が 0.6 を超えていれば, ある程度十分な判別性能を有していると評価する.

4.3 モデル構築と結果

4.3.1 モデル構築

本研究ではこれまでの先行研究に倣い, 倒産確率の条件付き分布がロジスティック回帰モデルで表現可能と仮定する. ロジスティック回帰モデルで倒産モデルを構築し, 企業ごとの倒産確率を推定する. リーマン

ショックが起こった 2008 年 9 月から 2009 年 8 月の決算書から得られた財務指標を用いて、決算から 1 年以内における倒産の有無を目的変数とした倒産モデルを構築する。Altman and Sabato (2007)[49] や高部 (2017)[50] の先行研究に倣い、モデル構築の際には説明変数を対数変換している。これらの先行研究では説明変数を対数変換することにより、モデルの判別精度が向上したという報告がある。3 章で金利を補正した企業を対象とし、表 7 の財務指標を説明変数としてモデルを構築する。その後、2021 年 12 月時点で存在している企業における 2020 年 9 月から 2021 年 12 月の財務指標に倒産モデルで推定したパラメータをあてはめ、コロナ禍における個社ごとの 1 年以内倒産リスクを評価する。以下では、実際に得られた有利子負債平均金利や他の財務指標を用いるモデルをオリジナルモデル、有利子負債平均金利のみ 3 章で補正した金利に置き換えたモデルを金利補正モデルとする。また、企業規模による交互作用項の有無を確認するため、交互作用項を含めたモデルと比較をする。さらに、ロジスティック回帰モデルの変数選択で一般的に用いられる AIC 基準による変数選択の結果を議論する。

4.3.2 結果

2008 年 1 月から 12 月における表 7 の財務指標を説明変数とし、最尤法によって推定したモデルを (8) 式に示す。各説明変数の係数の符号は、表 7 に記載した符号条件を満たしている。また、各説明変数はすべて 5% 水準で有意であるという結果を得た。なお、企業規模による交互作用項はすべての交互作用項が 5% 水準で有意とならなかったこと、さらに、表 7 に記載した符号条件を満たさなかったため、本研究における倒産モデルには交互作用項がないと判断した。加えて、AIC 基準を用いた変数選択を確認したところ、(8) 式のモデルが最良であるという結果が得られた。

$$\log \frac{\text{倒産確率}(\%)}{1 - \text{倒産確率}(\%)} = -12.69 + 1.33 \times \log(\text{有利子負債平均金利}) + 0.48 \times \log(\text{長期短期借入金合計}) \\ - 0.54 \times \log(\text{現預金手持日数}) + 1.68 \times \text{中小規模} + 1.99 \times \text{小規模} \quad (8)$$

(8) 式における AUC は 0.825 であり、95%信頼区間は (0.809, 0.841) であった。ROC 曲線を図 7 に示す。また、(7) 式に $\text{AUC} = 0.825$ を代入すると、 $\text{AR} = 0.652$ が得られた。AR 値が 0.6 を超えており、今回構築した倒産モデルは十分な判別性能を有していると評価できる。

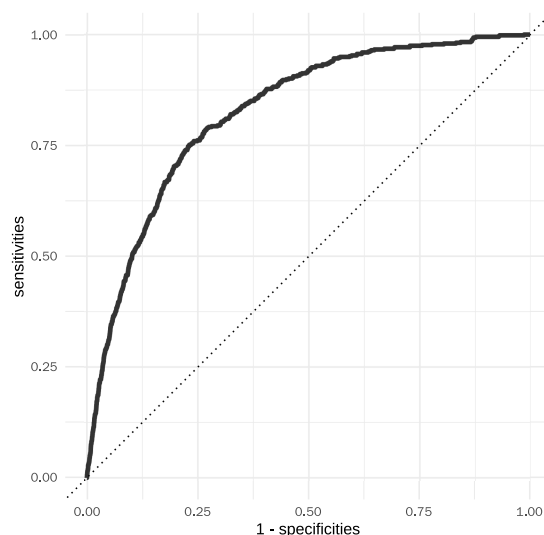


図 7: ROC 曲線

さらに、構築した倒産モデルの推定結果を表 14 の混同行列で評価する。2009 年の倒産企業 (正解ラベル = 1) と生存企業 (正解ラベル = 0) をリーマンショック時の倒産発生確率 (倒産発生確率 = $100 \times \text{倒産件数} / \text{企業数}(\%)$) 0.43 % と比較し、0.43 % よりも大きければ倒産 (予測ラベル = 1)、小さければ生存 (予測ラベ

ル = 0) とする. 表 14 の混同行列より, Accuracy = 0.718, Recall = 0.718, Precision = 0.998, F-measure = 0.836 が得られた.

表 14: 混同行列 倒産モデル

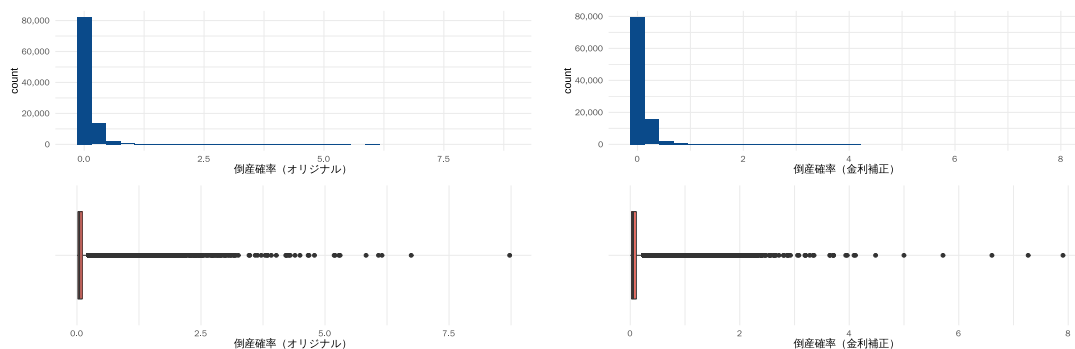
		予測ラベル		合計
		1	0	
正解ラベル	1	98,568	38,681	137,249
	0	123	472	595
		98,691	39,153	137,844

(8) 式の倒産モデルに 2020 年 9 月から 2022 年 3 月の企業の財務指標をあてはめ, コロナ禍における倒産確率を推定する. 以下では, 実際に得られた有利子負債平均金利や他の財務指標を用いるモデルをオリジナルモデル, 有利子負債平均金利のみ 3 章で補正した金利に置き換えたモデルを金利補正モデルとする.

オリジナルモデルと金利補正モデルにおける倒産確率推定値 (%) の要約統計量を表 15 に示す. さらに図 8 にそれぞれのモデルにおける倒産予測値のヒストグラムを示す. 僅かではあるが, 金利補正モデルのほうが倒産確率推定値が全体的に増加傾向にあることが示唆された.

表 15: オリジナルモデル, 金利補正モデルにおける倒産確率推定値 (%) の要約統計量

データ区分	最小値	第 1 四分位数	中央値	平均値	第 3 四分位数	最大値
オリジナルモデル	0	0.019	0.047	0.099	0.107	8.72
金利補正モデル	0	0.024	0.051	0.102	0.111	7.90



(a) オリジナルモデル 倒産予測値

(b) 金利補正モデル 倒産予測値

図 8: オリジナルモデル, 金利補正モデルにおける倒産確率のヒストグラム

次に, 推定した倒産確率をリーマンショック時の倒産発生確率 (倒産発生確率 = $100 \times \text{倒産件数} / \text{企業数}$ (%)) と比較し, 倒産リスクを分類する. リーマンショック時の倒産発生確率は 0.43% であり, 帝国データバンク (2002)[31] と同様に, この数値を閾値として倒産リスクの分類を表 16 のように定義した.

表 16: 倒産リスクの分類 定義

格付け	基準
倒産リスク低企業	倒産発生率 $\times 0.5$ 未満
倒産リスク中低企業	倒産発生率 $\times 0.5 \sim \times 1$ 未満
倒産リスク中高企業	倒産発生率 $\times 1 \sim \times 1.5$ 未満
倒産リスク高企業	倒産発生率 $\times 1.5 \sim \times 3$ 未満
倒産リスク超高企業	倒産発生率 $\times 3$ 以上

倒産リスクをオリジナルモデルと金利補正モデルで比較した結果を表 17 に示す。推定した補正金利を用いた時の方が倒産リスクが高くなった企業 (表 17 の上三角部分) は 2,853 社、倒産リスクが低くなった企業 (表 17 の下三角部分) は 2,785 社であった。したがって、本研究によって、金利補正によって倒産リスクが上昇する企業と下降する企業の存在を示唆した。

リスクが急激に増加した企業に着目すると、倒産リスク低から倒産リスク中高へ推移した企業が 63 社、倒産リスク低から倒産リスク高へ推移した企業が 10 社、倒産リスク低から倒産リスク超高へ推移した企業が 2 社存在した。倒産リスク低から倒産リスク中高へ推移した 63 社のうち、最多は建設業の 23 社、次いで卸売小売業が 15 社であった。企業規模は、大規模が 1 社、中小規模が 27 社、小規模が 35 社であった。倒産リスク低から倒産リスク高へ推移した 10 社のうち、最多は卸売小売業と建設業の 3 社、次いで不動産業が 2 社であった。企業規模は、大規模が 2 社、中小規模が 3 社、小規模が 5 社であった。倒産リスク低から倒産リスク超高へ推移した 2 社は、卸売小売業と運輸郵便業の企業が 1 社ずつであった。企業規模はどちらも中小規模であった。さらに、倒産リスク中低から倒産リスク高へ推移した企業が 72 社、倒産リスク中低から倒産リスク超高へ推移した企業が 2 社存在した。倒産リスク中低から倒産リスク高へ推移した 72 社のうち、最多は建設業の 25 社、次いで卸売小売業の 18 社であった。企業規模は、大規模が 4 社、中小規模が 38 社、小規模が 30 社であった。倒産リスク中低から倒産リスク超高へ推移した 2 社は、いずれも建設業の企業であった。企業規模は、中小規模がと小規模が 1 社ずつであった。

以上のことから、金利補正によって大きく倒産リスクが変動した企業には中小規模や小規模など企業規模が小さい企業が大部分を占めている。したがって、金利の上昇によって企業規模が小さい企業ほど倒産リスクが高まることが示唆された。

表 17: オリジナルモデル, 金利補正モデルにおける倒産リスクの比較

金利補正 オリジナル					
	リスク低	リスク中低	リスク中高	リスク高	リスク超高
リスク低	86,433	1,838	63	10	2
リスク中低	1,680	4,698	567	72	2
リスク中高	57	554	942	242	2
リスク高	28	73	278	836	55
リスク超高	4	6	7	98	266

第5章 売上高・雇用の損失シミュレーション

5.1 分析設計

4章で推定した2シナリオの倒産確率を評価するために、実際に倒産が起こった時の損失をシミュレーションする。シミュレーションでは、個別企業*i*が確率 p_i で倒産し、倒産時の貸倒れに伴う損失 L_i が発生するという前提で、全企業に関する乱数シミュレーションを行う。本研究では、金融機関等の実務的な信用リスク評価で用いられることが多いVaR (Value at Risk) を踏襲する。VaRは乱数シミュレーションによって得られた損失分布のパーセント点を指す。VaRは1%などの小さい確率で生じ得る最大予想損失額である[51]。つまり、99%VaRは、損失を被るとしたとき1%の確率でこの損失よりも大きくなることを意味する。本研究においても、損失分布の上位1%点を99%VaRとして算出する。

ここで、室町(2014)[52]を参考に、VaRを数学的に定義する。損失分布に従う確率変数を X とし、 X の分布関数を $F_X(x)$, $x \in \mathbb{R}$ とする。すなわち、 $F_X(x) = P\{X \leq x\}$ は実数空間 \mathbb{R} 上の関数で連続あるとする。さらに、 $F_X(x)$ は狭義の増加関数であり、逆関数 $F_X^{-1}(x)$, $0 < x < 1$ が定義できることを仮定する。任意の α , $0 < \alpha < 1$ について、 $F_X(x)$ の α 分位点を $F_X^{-1}(\alpha)$ とすると、信頼水準 $100(1 - \alpha)\%$ の VaR_α は以下の通り定義できる。信頼水準 $100(1 - \alpha)\%$ の VaR_α は、与えられた信頼水準の範囲内で生じうる最大損失額を意味している。

$$\text{VaR}_\alpha = F_X^{-1}(\alpha) = \inf\{x | F_X(x) \geq \alpha\}$$

本研究では、乱数シミュレーションで各社の倒産確率に対して乱数を発生させ、倒産により失われる売上高(営業収益)、雇用(従業員数)の要約統計量と99%VaRを算出する。乱数シミュレーションは計算負荷が大きいことが難点である一方で、損失分布の仮定を置くことなく、一様乱数などを用いて損失分布からVaRを直接的に求めることができる柔軟なアプローチであると言える。

シミュレーションの対象企業は3章と4章と同様であり、企業数は金融・保険業を除いた98,813社である。これらの企業の売上高合計は約350兆円にのぼる。金融・保険業を除いた日本企業全体の売上高は約1,500兆円[53]であるため、本研究で実施したシミュレーションは日本企業全体のおよそ四分の一程度の規模となる。シミュレーション回数は10万回とし、0~100の一様乱数を用いた乱数シミュレーションをオリジナルモデル、金利補正モデルごとに実施し、倒産による損失を推定する。

5.2 シミュレーション結果

オリジナルモデル、金利補正モデルごとにシミュレーションで得られた損失の要約統計量と99%VaRを表18、表19に示す。またシミュレーションから得られた売上高、雇用の損失のヒストグラムを図9、図10に示す。なお、分布を見やすくするために、売上高の損失のヒストグラム図9は対数変換をして描画している。表18、表19の通り、金利補正モデルでシミュレーションした売上高と雇用の損失が、オリジナルモデルでシミュレーションした損失よりも平均値が増加した。さらに、99%VaRの観点で予想される最大限の損失を議論すると、オリジナルモデルに比べて金利補正モデルでは売上高の損失が8兆4,974億円増加し、雇用の損失が36,898人増加した。一方で、第1四分位数や中央値はオリジナルモデルでシミュレーションした損失の方が大きいという結果が得られた。

表 18: オリジナルモデル, 金利補正モデルのシミュレーション 売上高 (億円)

モデル	最小値	第 1 四分位数	中央値	平均値	第 3 四分位数	99%VaR	最大値
オリジナル	1,120	3,568	4,986	7,464	7,896	35,220	168,697
金利補正	1,082	3,390	4,853	8,151	8,007	120,193	167,194

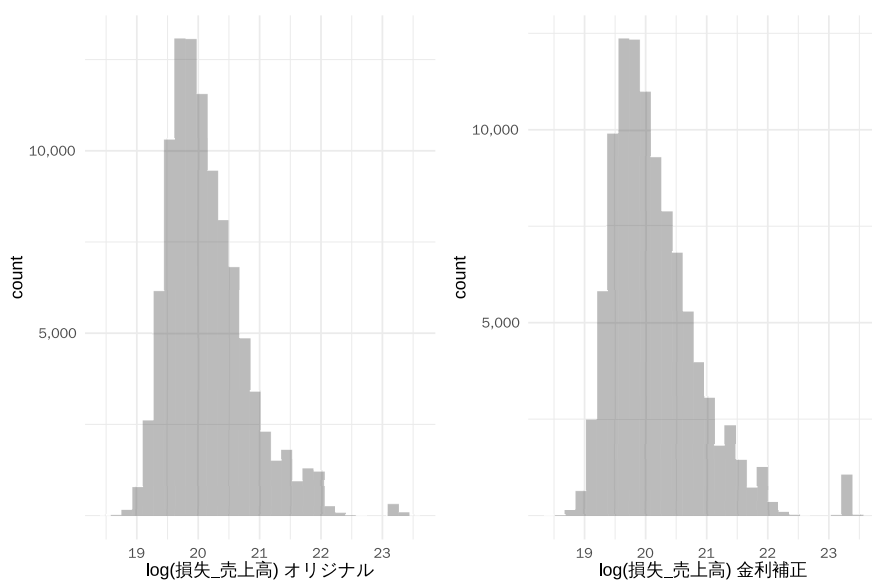


図 9: オリジナルモデル, 金利補正モデルのシミュレーション 売上高のヒストグラム (対数)

表 19: オリジナルモデル, 金利補正モデルのシミュレーション 雇用

モデル	最小値	第 1 四分位数	中央値	平均値	第 3 四分位数	99%VaR	最大値
オリジナル	2,559	6,412	8,302	10,654	11,588	42,253	128,065
金利補正	2,199	6,123	8,092	11,049	11,773	79,151	130,134

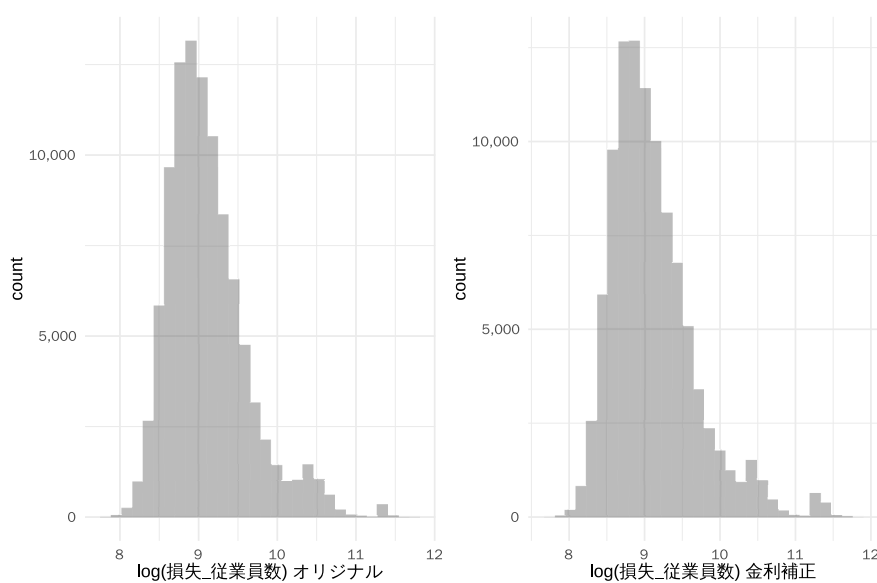


図 10: オリジナルモデル, 金利補正モデルのシミュレーション 雇用のヒストグラム (対数)

第6章 考察と今後の展望

本研究では、TDB が保有する非上場企業を含む企業の財務情報と倒産情報を用いて、低下した金利ではなく、借入の大きさに値するように金利を企業の財務指標を用いて補正した。その後、借入金利の面で正常な経済状況での倒産リスクを評価した。通常金利発生による倒産リスクの変化について考察すると、オリジナルモデルよりも金利補正モデルのほうが全体的に倒産確率が高まっていた。また、倒産リスクをオリジナルモデルと金利補正モデルで比較し、金利補正によって倒産リスクが上昇する企業と下降する企業の存在を示唆した。これらの結果より、コロナ禍における無金利無担保政策等によって、倒産リスクが低下していたことが示唆される。さらに、4 章で推定した 2 シナリオの倒産確率を評価するために、乱数を用いて倒産により失われる損失をシミュレーションした。その結果、金利補正モデルにおける売上高と雇用の損失がオリジナルモデルにおける損失よりも平均値や第 3 四分位数が増加した。さらに 99%VaR の観点で予想される最大限の損失を議論すると、オリジナルモデルに比べて金利補正モデルでは売上高の損失が 8 兆 4,974 億円増加し、雇用の損失が 36,898 人増加した。これは言い換えると、全業種で売上高が 8 兆 4,974 億円、雇員が 36,898 人という決して無視することのできない損失が無金利無担保等によって守られたとも考えられる。したがって金利補正モデルによるシミュレーションでは、無金利無担保政策で抑制された金利によって、潜在化した倒産リスクにおける売上と雇用の損失を示唆する結果が得られた。

一方で、3.3 節で言及したとおり、前年の有利子負債平均金利等が予測精度の向上に大きく寄与しているため、新しく設立した企業や 2 年連続で決算データが取得できていない企業、変則決算を行なった企業に対する示唆は得られていない。これらの企業を分析の対象とするためにも、前年度の財務指標を用いない予測においても、本研究と同程度以上の精度が期待できるモデルの構築は残された課題であると考えている。また、今回の研究ではもともと金利が高い企業における予測精度が金利が低い企業と比べても十分な予測精度が担保できていない。3.1.1 節で言及した通り、有利子負債平均金利は右に歪んだ分布をしている。母集団において金利が高い企業は少数であるが、金利が高い企業において予測精度が向上するようなモデルや外部データの検討は残された課題であると考えている。

今後の展望として 2 点考えている。1 点目は、倒産リスクが上昇している企業への支援、調査である。金利補正によって倒産リスクが上昇するという結果が得られた企業を特定できたため、支援企業の選定や、優先的に調査を行う企業の選定といった行動に繋げることが可能である。2 点目は、本研究で倒産リスクを評価した企業が今後倒産するのか、また倒産リスクが上昇していくかどうかを継続的にモニタリングしていくことである。今後、新型コロナウイルス感染拡大、円安による原油・原材料価格の高騰、ウクライナ情勢等の影響は、引き続き幅広い業界に及ぶことが予想される。今後それらの影響を軽減するための支援策が実施されると、実質的に倒産状態であるにも関わらず経営を継続している企業、通称「ゾンビ企業」の延命が続くことが予想される。2022 年 12 月末の TDB の報告によると、2021 年度 (2021 年 4 月から 2022 年 3 月) におけるゾンビ企業が約 18.8 万社想定されると示唆しており、2020 年度 (2021 年 4 月から 2022 年 3 月) の約 16.6 万社から大幅な増加が想定されている [54]。しかし、TDB が実施した無金利無担保政策に関する企業の意識調査では、無金利無担保政策で借入を行った企業の 12.2% が返済に不安を感じていると回答し、大同生命保険株式会社が実施した同様の意識調査においても、無金利無担保政策で借入を行った企業の 14% が返済の滞りを懸念しているという調査結果も公表されている。将来的には、コロナ関連融資などの借入金返済負担とともに、金融機関の支援を受けられなくなることや、後継者の不在などから経営が行き詰まる企業が徐々に表面化する可能性も想定される。さらに追い討ちをかけるように、2022 年 12 月 19 日と 20 日に実施された日本銀行の金融政策決定会合では、金融緩和の修正による事実上の利上げが報じられ [55]、今後さらに倒産リスクが高まっていくことが懸念されている。業界を問わず、コロナ禍で厳しい経営状況に置かれている中小企業の状況を今後さらに注視していく必要があるだろう。

謝辞

本研究活動および修士論文の執筆にあたり、指導教員の清水昌平教授、青山学院大学経営学部の保科架風准教授には多大なご指導を賜ると共に、大変有用な助言を頂戴しました。重ねて感謝申し上げます。また、本研究を実施するにあたり、TDB データや企業分析における知見をご教授いただいた TDB の大里隆也氏に感謝申し上げます。さらに、学生生活を切磋琢磨し有益なものにしてくださったデータサイエンス研究科修士課程第 3 期生の皆様、清水研究室の皆様、滋賀大学と TDB の共同研究センター (Data Engineering and Machine Learning センター) の皆様に深く感謝いたします。特に研究室の同期である小西秀明氏とは、時に切磋琢磨し、時に励まし合いながら有意義な時間を過ごすことができました。最後に、これまで私を温かく見守ってくれた両親に感謝の意を表して謝辞と致します。

参考文献

- [1] World Health Organization. Novel coronavirus (2019-ncov) situation report-1.
- [2] World Health Organization. Who director-general' s opening remarks at the media briefing on covid-19 - 11 march 2020, 2022.
- [3] World Health Organization. Weekly epidemiological update on covid-19 - 4 january 2023, 2023.
- [4] 株式会社帝国データバンク. 新型コロナウイルス感染症に対する企業の意識調査 (2022 年 2 月), 2022. <https://www.tdb.co.jp/report/watching/press/pdf/p220309.pdf>.
- [5] 日本制作金融公庫. 新型コロナウイルス感染症特別貸付, 2020. https://www.jfc.go.jp/n/finance/search/covid_19_m.html.
- [6] 千葉県信用保証協会. 緊急借換資金保証制度 (新型コロナウイルス感染症). <https://www.chiba-cgc.or.jp/guarantee/kinkyuukarikaehosyouseido/>.
- [7] 株式会社帝国データバンク. 2021 年報 2021 年 (令和 3 年) 1 月 1 日~12 月 31 日. <https://www.tdb.co.jp/tosan/syukei/21nen.html>.
- [8] 株式会社帝国データバンク. 倒産集計 2020 年報 2020 年 (令和 2 年) 1 月 1 日~12 月 31 日. <https://www.tdb.co.jp/tosan/syukei/20nen.html>.
- [9] 中小企業庁. 中小企業再生支援協議会の活動状況. <https://www.chusho.meti.go.jp/keiei/saisei/kyougikai/index.htm>.
- [10] 一般社団法人全国信用保証協会連合会. 信用保証制度の利用状況 信用保証実績の推移.
- [11] 株式会社日本政策金融公庫. 第 212 回 信用保証利用企業動向調査結果の概要, 2022. <https://www.jfc.go.jp/n/findings/pdf/hosyouyouyaku212.pdf>.
- [12] 株式会社帝国データバンク. 特別企画: 新型コロナ関連融資に関する企業の意識調査 (2022 年 8 月), 2022. <https://www.tdb.co.jp/report/watching/press/pdf/p220909.pdf>.
- [13] 大同生命保険株式会社. 中小企業経営者アンケート「大同生命サーベイ」2022 年 11 月度調査レポート, 2022. <https://www.daido-life.co.jp/knowledge/survey/pdf/202211.pdf>.
- [14] 山下智志, 三浦翔. 信用リスクモデルの予測精度-AR 値と評価指標-. 朝倉書店, 2011.
- [15] 梅谷幸平. 経営管理目的からの倒産予測モデル研究の有用性と課題: 経営管理のための安全性指標の観点から. 大阪大学経済学, Vol. 62, No. 4, pp. 63-83, 2013.
- [16] 白田佳子. リスクマネジメント研究の変遷—企業倒産予知の視点から—. 危険と管理, Vol. 45, pp. 18-37, 2014.
- [17] 勝田英紀, 田中克明, 萩原統宏. 格付の研究: 信用リスク分析の評価. 中央経済社, 2011.
- [18] 戸田俊彦. 日本における企業倒産の予測に関する一考察 (経営国際化の諸問題). 経営學論集 44, pp. 131-137. 日本経営学会, 1974.

- [19] 川上幹男, 楠田浩二. EBPMに資するコロナ禍における倒産・失業予測モデル. 帝国データバンク/ 滋賀大学 Data Engineering and Machine Learning Center, DEML working paper No.1.
- [20] William H Beaver. Financial ratios as predictors of failure. *Journal of accounting research*, pp. 71–111, 1966.
- [21] Edward I Altman. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The journal of finance*, Vol. 23, No. 4, pp. 589–609, 1968.
- [22] 白田佳子. 企業倒産予知情報の形成－会計理論と統計技術の応用－. 中央経済社, 1999.
- [23] Kyung-Shik Shin, Taik Soo Lee, and Hyun-jung Kim. An application of support vector machines in bankruptcy prediction model. *Expert systems with applications*, Vol. 28, No. 1, pp. 127–135, 2005.
- [24] Jae H Min and Young-Chan Lee. Bankruptcy prediction using support vector machine with optimal choice of kernel function parameters. *Expert systems with applications*, Vol. 28, No. 4, pp. 603–614, 2005.
- [25] Sung-Hwan Min, Jumin Lee, and Ingoo Han. Hybrid genetic algorithms and support vector machines for bankruptcy prediction. *Expert Syst. Appl.*, Vol. 31, pp. 652–660, 2006.
- [26] 保坂忠明, 高田悠太, 大沼宏. Adaboost を用いた実質破綻予測モデルの構築と財務指標選択. 経営分析研究, No. 32, pp. 29–43, 2016.
- [27] Daniel Martin. Early warning of bank failure : A logit regression approach. *Journal of banking & finance*, Vol. 1, No. 3, pp. 249–276, 1977.
- [28] James A Ohlson. Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy. *Journal of accounting research*, pp. 109–131, 1980.
- [29] 山下智志, 川口昇. 大規模データベースを用いた信用リスク計測の問題点と対策 (変数選択とデータ量の関係). 金融庁金融研究研修センター, ディスカッションペーパー, Vol. 4, , 2003.
- [30] 及川拓也. 財務困窮企業の生存時間分析 - 企業継続能力評価モデルの構築 -. 青森公立大学経営経済学研究, Vol. 16, No. 1, pp. 19–32, 2010.
- [31] (株) 帝国データバンク企業評価モデルプロジェクトチーム. 企業評価と信用リスク. 清文社, 2002.
- [32] Leo Breiman. Random forests. *Machine learning*, Vol. 45, No. 1, pp. 5–32, 2001.
- [33] Tianqi Chen and Carlos Guestrin. Xgboost : A scalable tree boosting system. In *Proceedings of the 22nd acm sigkdd international conference on knowledge discovery and data mining*, pp. 785–794, 2016.
- [34] Guolin Ke, Qi Meng, Thomas Finley, Taifeng Wang, Wei Chen, Weidong Ma, Qiwei Ye, and Tie-Yan Liu. Lightgbm : A highly efficient gradient boosting decision tree. *Advances in neural information processing systems*, Vol. 30, , 2017.
- [35] 中小企業庁. 中小企業・小規模企業者の定義. <https://www.chusho.meti.go.jp/soshiki/teigi.html>.
- [36] 波部斉. ランダムフォレスト. 研究報告コンピュータビジョンとイメージメディア (CVIM), Vol. 2012, No. 31, pp. 1–8, 2012.
- [37] Michael C Shewry and Henry P Wynn. Maximum entropy sampling. *Journal of applied statistics*, Vol. 14, No. 2, pp. 165–170, 1987.

- [38] André Altmann, Laura Toloşi, Oliver Sander, and Thomas Lengauer. Permutation importance : a corrected feature importance measure. *Bioinformatics*, Vol. 26, No. 10, pp. 1340–1347, 2010.
- [39] David R Cox. The regression analysis of binary sequences. *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Methodological)*, Vol. 20, No. 2, pp. 215–232, 1958.
- [40] 株式会社帝国データバンク. 倒産の定義. <https://www.tdb.co.jp/tosan/teigi.html>.
- [41] 株式会社帝国データバンク. 倒産集計一覧. <https://www.tdb.co.jp/tosan/syukei/index.html>.
- [42] 内閣府. 景気基準日付. <https://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/hiduke.html>.
- [43] 谷口友哉, 大里隆也. 財務指標の視点からコロナ禍での倒産・休廃業に関する考察. 帝国データバンク / 滋賀大学 Data Engineering and Machine Learning Center, DEML working paper No.3.
- [44] 細野薫, 澤田充, 渡辺努. 中小企業向け融資は適切にプライシングされているか? 2005 年, Vol. 2, , 2005.
- [45] 小西貞則. 多変量解析入門 -線形から非線形へ-. 岩波書店, 2010.
- [46] 川野秀一, 松井秀俊, 廣瀬慧. スパース推定法による統計モデリング (統計学 one point 6). 共立出版, 2018.
- [47] 山下智志, 川口昇, 敦賀智裕. 信用リスクモデルの評価方法に関する考察と比較. 金融庁金融研究研修センター, ディスカッションペーパー, 2003.
- [48] 尾木研三. スコアリングモデルの基礎知識 : 中小企業融資における見方・使い方. 金融財政事情研究会, 2017.
- [49] Edward I Altman and Gabriele Sabato. Modelling credit risk for smes : Evidence from the us market. *Abacus*, Vol. 43, No. 3, pp. 332–357, 2007.
- [50] 高部勲. 状態空間モデルに基づく季節調整法における改良方法の提案 : 一般化 neg-log 変換の活用に基づくゼロ・負の値を含む時系列データの安定化と季節調整値の推定精度向上. 統計研究彙報= Research memoir of the statistics, No. 74, pp. 29–55, 2017.
- [51] 日本銀行金融機構局. 信用リスク計量モデルの基礎と応用, 2007. https://www.boj.or.jp/announcements/release_2007/data/fsc0703c3.pdf.
- [52] 室町幸雄. 金融リスクモデリング : 理論と重要課題へのアプローチ. 朝倉書店, 2014.
- [53] 総務省統計局. 平成 28 年経済センサス - 活動調査結果の概要, 2016. https://www.stat.go.jp/data/e-census/2016/kekka/pdf/k_gaiyo.pdf.
- [54] 株式会社帝国データバンク. 特別企画 : 「ゾンビ企業」の現状分析 (2022 年 11 月末時点の最新動向) , 2022. <https://www.tdb.co.jp/report/watching/press/pdf/p221213.pdf>.
- [55] 日本銀行. 当面の金融政策運営について, 2022. https://www.boj.or.jp/mopo/mpmdeci/mpr_2022/k221220a.pdf.