

DISCUSSION PAPER SERIES J



SHIGA UNIVERSITY

Discussion Paper No. J-2

株式市場の寄付前後における価格発見について

畠中 賢治

2021年3月

The Institute for Economic and Business Research

Faculty of Economics

SHIGA UNIVERSITY

1-1-1 BANBA, HIKONE,
SHIGA 522-8522, JAPAN

株式市場の寄付前後における価格発見について

畠中 賢治

大阪大学経済学研究科博士後期課程

概要

寄前の時間帯は注文が即時的に約定されず、修正やキャンセルが可能である。このことから寄前における市場の情報効率性は時变的であり、寄付が近づくに従って向上することが知られている。本研究では、株式市場の寄付前後における市場の情報効率性の推移を捉えるためのモデルを提案し、マルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定手法を示す。本研究で提案するモデルは、価格発見の程度を捉えるための部分調整モデルの拡張であり、日中の情報効率性の推移を一日分の日中時系列データから推定が可能である。さらに本研究では、本モデルを用いて東京証券取引所において特に流動性の高い銘柄を対象とした実証分析を行った。本分析から、分析対象期間全体での平均的な情報効率性の推移は先行研究と同様であるが、情報効率性の程度や推移は日付ごとに大きくばらつくことが明らかとなった。

1 はじめに

株式市場において取引される株式の開場時点での価格、すなわち寄付価格は寄前(取引開始前)の時間帯に集められた注文により決定される。表1は寄前における板情報の一例である。寄前の時間帯では約定が発生せず、指値注文のみが可能であるため、成行注文は即時的に処理されず、買指値と売指値についても寄付時点まで約定しない。また、始値は板情報において需給の一致する数量として決まるので、表1が寄付時点での板情報である場合は取引対象となる注文は全て509円約定する。寄前の時間帯では指値注文の修正やキャンセルは自由にできるため、市場参加者は価格発見へのインセンティブに乏しく約定を意図しない注文も多い。このことから、寄前において市場の情報効率性は低いことが知られている。しかし取引開始時刻(寄付)が近づくに従って気配更新が活発化し、それによって価格に新情報が反映され、市場の情報効率性が向上することが知ら

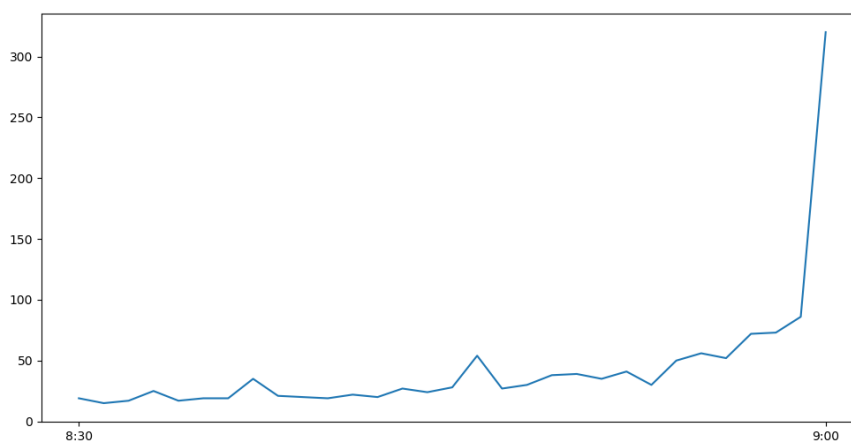


図 1: 一分あたりの気配更新回数の一例 (銘柄コード: 9984、2018 年 5 月 10 日)。

れている。図 1、図 2 はそれぞれ寄前における気配更新頻度と価格の推移を示している。図から明らかなように、寄付に近づくほど気配更新の頻度が高くなることがわかる。この理由については、価格操作目的などの約定を意図しない注文がキャンセルされることや、私的情報の流入による本源的価値の探索などが挙げられる。また、気配更新の増加に伴い、寄前価格 (板情報から始値の決定ルールに従って算出された価格) の変動が活発化することも確認できる。

また、寄付が近づくにつれて見られる気配更新の増加に伴い、市場の情報効率性が向上することが先行研究から明らかになっている。Biais et al. (1999) では、寄付が近づくにつれて価格発見が正確になることをパリ証券取引所の取引開始前のデータを用いて実証している。

表 1: 寄前における指値注文板の一例と始値の決定方法。この場合、始値は 509 円となる。約定の対象となる注文は 509 円以上の買指値注文と買成行注文、509 円以下の売指値注文である。

売り注文数量累計	売り注文数量	値段	買い注文数量	買い注文数量累計
		成行注文	4	4
11	1	510 円	3	7
10	1	509 円	5	12
9	2	508 円	4	16
7	2	507 円	1	17
5	4	506 円	1	18
1	1	505 円	1	19

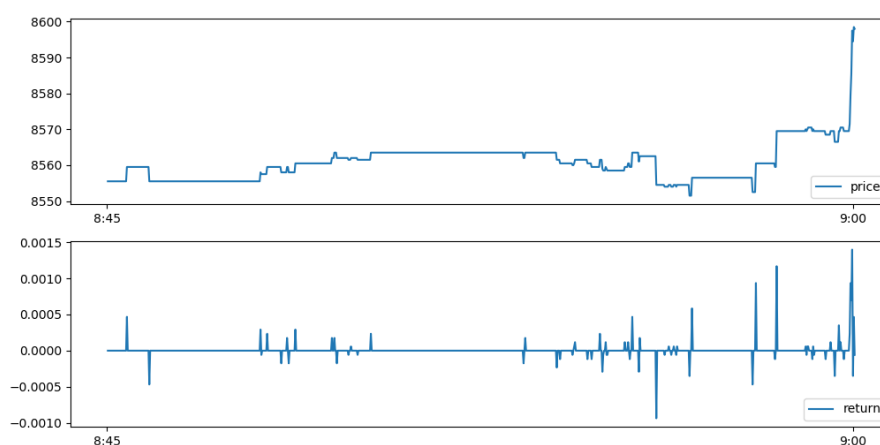


図 2: 寄付前後 15 分間における価格と秒次収益率の推移の一例 (銘柄コード: 9984、2018 年 5 月 10 日)。上のグラフが価格、下のグラフが秒次収益率を表している。

Biais et al. (1999) の手法では、各時刻ごとの価格発見の程度を推定することが可能である。この手法における価格発見の程度とは、前日から当該営業日にかけての終値の日次収益率を、前日閉業時点から当該営業日の寄前のある時点にかけての収益率で回帰した部分調整モデルの調整係数である。この調整係数は同時刻の標本を複数日分用いる unbiasedness regression によって推定できる。この手法は推定が簡単で、ダミー変数を用いることで価格発見のされ方がどういった時にどのような傾向を持つかについても容易に概観できる有用なモデルである。しかし推定の手法上、特定の分析対象日における価格発見の程度の推移を得ることは難しい。また、それぞれの銘柄の価格発見のされ方が日によってどのようにばらつくかは自明でなく、一日ごとに寄付前後における価格発見の特徴を捉えるモデルが必要であると考えられる。本研究では一日分の日中データから価格発見の程度がどのように推移するかを捉える手法について紹介する。また、上記の問題意識のうち寄前の価格発見の程度がどのようにばらつくかを流動性の高い銘柄を分析対象として報告する。

本研究の概要は以下の通りである。まず第二節において、本研究で提案するモデルである smooth transition partial adjustment model について紹介する。このモデルはこれまで用いられてきた部分調整モデルの調整係数を平滑推移するパラメータとして定義することにより、価格発見の程度がどのように推移するかを捉えるモデルである。また、推定にはマルコフ連鎖モンテカルロ法が必要となるため、サンプリング手法についても

示すこととする。第三節では本研究で提案するモデルを実際のデータに適用し、寄前の価格発見がどのような推移をするかに関してどのように日次的なバラつきを持つかを報告する。分析は、2018年の4月から6月までの TOPIX Core30 構成銘柄を対象に行った。第四節において、実証分析の結果を報告し、第五節で本研究を総括する。

2 手法

本節では、Amihud and Mendelson (1987) の部分調整モデルの概要と、部分調整モデルにより寄前の価格発見を捉えるための手法を提案した Biais et al. (1999) について触れ、本研究で提案する smooth transition partial adjustment model について述べる。Amihud and Mendelson (1987) では、市場の価格発見の程度を以下のモデルで推定している。

$$\Delta p_t = g(m_t - p_{t-1}) + u_t, \quad (1)$$

$$m_t = m_{t-1} + e_t. \quad (2)$$

ここで p_t と m_t は t 時点での市場価格と本源的価値の対数値を表し、 $\Delta p_t = p_t - p_{t-1}$ は市場価格の収益率である。また、誤差項 u_t 、 e_t はお互いに独立なホワイトノイズである。部分調整モデルの解釈について、(1) および (2) を変形すると

$$p_t = (1 - g)p_{t-1} + gm_{t-1} + u_t + ge_t,$$

が得られる。上式より、 g が 1 に近い値をとるほど、 p_t の決定には、 $t - 1$ 時点での本源的価値からの寄与が大きくなる。すなわち、 g が 1 に近い値をとるほど市場の情報効率性が高いと解釈できることから、 g を価格発見の程度と見なすことができる。Theobald and Yallup (2004) では (1) と (2) の調整係数の推定手法を提案しており、日次またはそれより広い間隔のリターンから市場の価格発見について評価している。しかし日中データ、特に寄付前後の時間帯において g は一定でない。Biais et al. (1999) では以下のモデルを用いた分析

によって日中の価格発見の程度がどのように推移するかを評価している。

$$P_{d,close} - P_{d-1,close} = \alpha_t + \beta_t(P_{d,t} - P_{d-1,close}) + \epsilon_{d,t} \quad (3)$$

ここで $P_{d,t}$ は日付 d 、時点 t の価格、本源的価値の代理変数である $P_{d,close}$ は日付 d の終値を表している。Biais et al. (1999) では時点 t における調整係数 β_t を、同一時点の価格を複数日用いることによって推定しており、調整係数が時变的であり、寄付付近では調整係数が 1 に近いことと推定における MSE の低減が見られたことを報告している。推定手法から分かるように、各時点における調整係数 β_t の推定値は特定の日付について推定することが難しい。以下では特定の日付における日中データのみからその日の調整係数の推移を捉えるための手法について述べる。

2.1 Smooth transition partial adjustment model

本研究では Amihud and Mendelson (1987) の調整係数を時变的なパラメータとした以下のモデルを提案する。

$$\Delta p_t = s_t(m_t - p_{t-1}) + u_t, \quad t = 2, \dots, T \quad (4)$$

$$m_t = m_{t-1} + e_t, \quad t = 3, \dots, T \quad (5)$$

$$s_t = a_1 + a_2 F(\tau_t; \gamma, c), \quad (6)$$

$$F(\tau_t; \gamma, c) = \left\{ 1 + \exp\left(-\gamma \frac{\tau_t - c}{\sigma_\tau}\right) \right\}^{-1}. \quad (7)$$

ただし、 $\tau_t = t/T$ であり、 σ_τ は (τ_2, \dots, τ_T) の標準偏差である。本モデルでの調整係数 s_t は a_1 から $a_1 + a_2$ まで滑らかに推移する。推移の速さと推移の中心は γ と c により決定される。図 3 では $a_1 = 0, a_2 = 1, c = 0.5$ に固定し、 γ のみを変化させた s_t の形状を記している。 $\gamma = 0$ の時、調整係数は $a_1 + a_2/2$ であり、 γ が無限大に近づくと s_t は $a_1 + a_2 I_{\tau_t \geq c}$ に (ただし連続な確率変数 c が $c = \tau_t$ である時、 s_t は $a_1 + a_2(I_{\tau_t=c}/2 + I_{\tau_t > c})$ に) 近づく。ただし、 $I_{\tau_t \geq c}$ は $\tau_t \geq c$ の時に 1 を取りそれ以外で 0 を取る指示関数である。図から $\gamma = 20$ 程度で s_t が $a_1 + a_2 I_{\tau_t \geq c}$ とほぼ同様の推移を表していることがわかる。また、簡単化のため u_t および e_t が従う

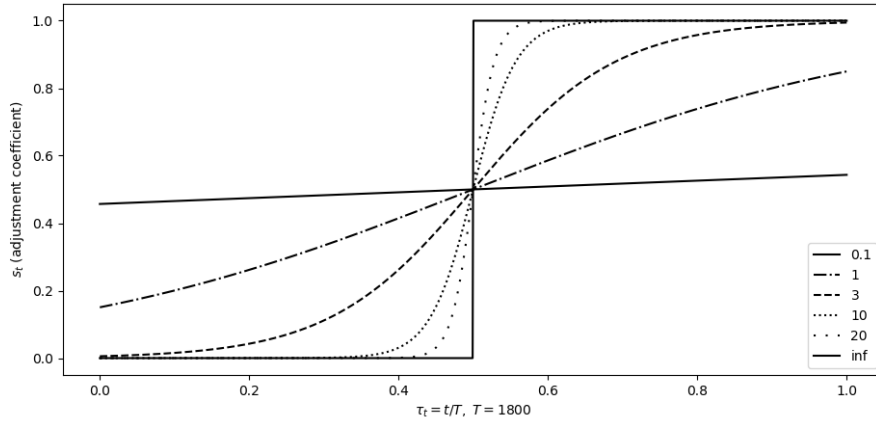


図 3: 調整係数 $s_t = (1 + \exp\{\gamma(\tau_t - 0.5)/\sigma_\tau\})^{-1}$ の γ の値ごとの形状 ($\gamma = 0.1, 1, 3, 10, 20$)。ただし、 $a_1 = 0.1, a_2 = 0.9, c = 0.5, T = 1800$ 。

分布を以下の通りに定める。

$$\begin{pmatrix} u_t \\ e_t \end{pmatrix} \sim i.i.d.N \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_u^2 & 0 \\ 0 & \sigma_m^2 \end{pmatrix} \right).$$

また、識別性の問題を回避するためのパラメータ制約として $c \neq 0, 1, a_1 \neq 0, a_2 \neq 0$ を、 Δp_t が non-explosive であるための条件として $a_1, a_1 + a_2 \in (0, 2)$ を課す。

2.2 ベイズ推定

次に、本モデルの推定手法について述べる。本モデルは状態空間モデルとなっているため、カルマンフィルターを用いて尤度を計算することが可能である。しかし、最尤法によるパラメータ推定はモデルの構造上難しい。なぜなら、尤度関数の γ に関する一階条件を解くと、 $\gamma = \infty$ が導かれるからである（詳細は付録 A に記すこととする）。よって本研究ではマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いてパラメータ推定を行う。

2.2.1 事前分布

まず、本モデルで使用するパラメータごとの事前分布について述べる。調整係数の推移の速さを表すパラメータである γ は正の値を取り、先程述べた尤度関数の性質上大きい値を取りにくい分布が望ましいと考えられる。よって本モデルの推定では Gerlach and Chen (2008) にならい、 $\log \gamma$ が平均 μ_γ 、分散 σ_γ^2 、下限値と

上限値がそれぞれ l_γ と u_γ となる切断正規分布、すなわち $\log \gamma \sim TN(\mu_\gamma, \sigma_\gamma^2)_{(l_\gamma, u_\gamma)}$ を事前分布として採用する。推移の中心を表す c の事前分布は切断正規分布 $c \sim TN(\mu_c, \sigma_c^2)_{(l_c, u_c)}$ を採用する。価格発見の程度を表すパラメータである a_1 と a_2 については、収益率が non-explosive な系列であることを担保するために、切断正規分布 $a_1 \sim TN(\mu_{a_1}, \sigma_{a_1}^2)_{(0,2)}$, $a_2|a_1 \sim TN(1 - a_1, \sigma_{a_2}^2)_{(0,2-a_1)}$ を採用する。ただし、本研究では調整係数の増加を捉えるための推定を行うため、追加的に $a_2 > 0$ の制約を課して実証分析を行う。ノイズ (u_t) の分散である σ_u^2 は共役事前分布である逆ガンマ分布、すなわち $\sigma_u^2 \sim IG(\alpha_u, \beta_u)$ を採用する。ただし、 $IG(\alpha, \beta)$ は shape parameter α と rate parameter β の逆ガンマ分布を表す。本源的価値 (e_t) の変動 σ_m^2 のサンプリングについては、サンプリング効率向上のため Yu and Meng (2011) と Kastner and Frühwirth-Schnatter (2014) にならい、ancillarity-sufficiency interweaving strategy (ASIS) によって推定を行う (ASIS の詳細については以降のサンプリング手法と共に書くこととする)。また、 σ_m^2 と σ_u^2 の事前分布を一様分布としても逆ガンマ分布からギブズサンプリングが可能である。その際の事後分布は事前分布の shape parameter α と rate parameter β に $(\alpha, \beta) = (-1, 0)$ を代入し、とりうる範囲を指定すれば得られる。本モデルでは、以上のように a_1 と a_2 を除き全てのパラメータが独立な事前分布を仮定する。

2.2.2 サンプリング手順

大まかなサンプリング手順は以下のように書くことができる。

- step 0 各パラメータの初期値を決定する $\Theta^0 = (\gamma^0, c^0, a_1^0, a_2^0, \sigma_u^{2,0}, \sigma_m^{2,0})$ 。
- step 1 状態変数 $\tilde{m}_T^i = (m_2^i, m_3^i, \dots, m_T^i)$ を Carter and Kohn (1994) の手法によりギブズサンプリングする。
- step 2 それぞれの条件付き事後確率密度関数からパラメータ $\Theta^i = (\gamma^i, c^i, a_1^i, a_2^i, \sigma_u^{2,i}, \sigma_m^{2,i})$ を生成する。
- step 3 step1 と step2 を $i = 1, \dots, N$ について繰り返す。

それぞれのパラメータの事後分布やサンプリング法の詳細を以降で述べる。

まず、 γ と c のサンプリング手法については Metropolis-Hastings (MH) アルゴリズムを用いてサンプリン

グを行う。 γ のサンプリングでは以下の提案分布から γ^* をサンプリングする。

$$\gamma^i | \gamma^{i-1} \sim G \left(\frac{V[\gamma^i | \gamma^{i-1}]}{E[\gamma^i | \gamma^{i-1}]}, \frac{V[\gamma^i | \gamma^{i-1}]}{(E[\gamma^i | \gamma^{i-1}])^2} \right)_{(l_\gamma, u_\gamma)}. \quad (8)$$

ここで $G(\alpha, \beta)_{(l_\gamma, u_\gamma)}$ は l_γ から u_γ までの値を取る shape parameter α 、rate parameter β のガンマ分布である。さらに burn-in ($i = 1, \dots, M$) における提案分布のパラメータについては、適切な分散 Δ_γ を分析ごとに選択し、 $E[\gamma^i | \gamma^{i-1}] = \gamma^{i-1}$, $V[\gamma^i | \gamma^{i-1}] = \Delta_\gamma$ とする。また、burn-in 終了後 ($i = M + 1, \dots, M + M^*$) における提案分布の平均と分散は burn-in で得られたサンプルの標本平均と標本分散とする。すなわち $E[\gamma^i | \gamma^{i-1}] = \bar{\gamma}$, $V[\gamma^i | \gamma^{i-1}] = \hat{\sigma}_\gamma^2$ とおく。提案分布で得られたサンプル γ^* は確率

$$\alpha(\gamma^{i-1}, \gamma^i) = \min \left\{ \frac{\pi(\gamma^*)q(\gamma^*, \gamma^{i-1})}{\pi(\gamma^{i-1})q(\gamma^{i-1}, \gamma^*)}, 1 \right\},$$

で採択され、 $\gamma^i = \gamma^*$ となり、棄却された場合は $\gamma^i = \gamma^{i-1}$ となる。ここで、 $\pi(\gamma^i)$ は γ の条件付き事後確率密度関数を表し、 $q(\gamma^{i-1}, \gamma^i)$ は (8) での提案分布の確率密度関数を表す。 c は 0 と 1 に極めて近い値を取ることによる識別性の問題を避けるため、取りうる値の範囲を制限したサンプリングを行う。まず提案分布から c^* を得るために、乱数 $x^* \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$ を生成し、以下の変換を行う。

$$c = \frac{\exp(x)}{1 + \exp(x)} (u_c - l_c) + l_c, \quad c \in (l_c, u_c).$$

提案分布の平均と分散は γ と同様に burn-in では $\mu_x = x^{i-1}$, $\sigma_x^2 = \Delta_x$ とし、burn-in 終了後は burn-in で得られた x^i の標本平均と標本分散を提案分布のパラメータとした。最後に採択確率を計算し、 $c^i = c^*$ とするかを決定する。採択確率の計算方法は γ と同様なので省略する。

$a_1, a_2, \sigma_u^2, \sigma_m^2$ のランダムサンプリングについて、これらのパラメータでは事後分布から直接サンプリングが可能である。 a_1, a_2 の事後分布は切断正規分布、 σ_u^2 は逆ガンマ分布、 σ_m^2 は切断正規分布と逆ガンマ分布の両方からサンプリングする。

以下では収益率のデータ $\Delta \tilde{p}_T \equiv (\Delta p_2, \dots, \Delta p_T)$ を踏まえたそれぞれのパラメータの事後分布を紹介する。

まず a_1 では事前分布のパラメータ $\mu_0 = \mu_{a_1}, \sigma_0^2 = \sigma_{a_1}^2$ を用いた以下の分布からサンプリングを行う。

$$a_1 | \tilde{m}_T^{i-1}, \theta_{-a_1}^i, \Delta \tilde{p}_T, p_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2),$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{t=2}^T (m_t - p_{t-1}) (\Delta p_t - a_2 (m_t - p_{t-1}) F(\tau_t; \gamma, c)) \sigma_0^2 + \sigma_u^2 \mu_0}{\sigma_0^2 \sum_{t=2}^T (m_t - p_{t-1})^2 + \sigma_u^2},$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sigma_u^2 \sigma_0^2}{\sigma_0^2 \sum_{t=2}^T (m_t - p_{t-1})^2 + \sigma_u^2}.$$

また、 a_2 は事前分布のパラメータ $\mu_0 = 1 - a_1, \sigma_0^2 = \sigma_{a_2}^2$ を用いた以下の分布からサンプリングを行う。

$$a_2 | \tilde{m}_T^{i-1}, \theta_{-a_2}^i, \Delta \tilde{p}_T, p_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{t=2}^T F(\tau_t; \gamma, c) (m_t - p_{t-1}) \{ \Delta p_t - (m_t - p_{t-1}) a_1 \} \sigma_0^2 + \mu_0 \sigma_u^2}{\sum_{t=2}^T F(\tau_t; \gamma, c)^2 (m_t - p_{t-1})^2 \sigma_0^2 + \sigma_u^2}$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sigma_0^2 \sigma_u^2}{\sum_{t=2}^T F(\tau_t; \gamma, c)^2 (m_t - p_{t-1})^2 \sigma_0^2 + \sigma_u^2}$$

σ_u^2 は事前分布のパラメータ $\alpha_0 = \alpha_{\sigma_u^2}, \beta_0 = \beta_{\sigma_u^2}$ を用いた以下の分布からサンプリングを行う。

$$\sigma_u^2 | \tilde{m}_T^{i-1}, \theta_{-\sigma_u^2}^i, \Delta \tilde{p}_T, p_1 \sim IG(\alpha_1, \beta_1) \quad (9)$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \frac{T-1}{2}, \quad \beta_1 = \beta_0 + \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T (\Delta p_t - s_t (m_t - p_{t-1}))^2. \quad (10)$$

本モデルの σ_u^2 は事前分布が一様分布の場合においてもギブズサンプリングが可能である。事前分布を l から u までの一様分布 $I(l, u)$ によってサンプリングを行う場合は、 $\alpha_0 = -1, \beta_0 = 0$ を (10) に代入し、定義域を l から u までとした逆ガンマ分布からサンプリングすれば良い。

最後に σ_m^2 のサンプリング方法について述べる。本モデルでは、 σ_m に関して同一のモデルで異なるパラメータ化 (parameterization) が可能である。上記の (4) と (5) の parametrization の場合、 σ_m^2 の事後分布は事前分布 $\sigma_m^2 \sim IG(\alpha_0, \beta_0)$ を用いて、以下のように書くことができる。

$$\sigma_m^2 | \Delta \tilde{p}_T, \tilde{m}_T, \Theta_{-\sigma_m^2} \sim IG(\alpha_1, \beta_1), \quad (\text{Sufficient})$$

$$\alpha_1 = \frac{T-1}{2} + \alpha_0, \quad \beta_1 = \beta_0 + \frac{1}{2} \sum_{t=3}^T (m_t - m_{t-1})^2,$$

事前分布を一様分布とした場合のサンプリング手法は σ_u^2 と同様である。また、本モデルでは $m_t = m_t^* \sigma_m$, $e_t = \sigma_m e_t^*$ とすることで、異なる parameterization が可能であり、そうした場合は

$$\Delta p_t = s_t(m_t^* \sigma_m - p_{t-1}) + u_t \quad (11)$$

$$m_t^* = m_{t-1}^* + e_t^*, \quad (12)$$

と書くことができ、 σ_m が観測方程式の中のパラメータとなる。この時の σ_m の事後分布は事前分布 $\sigma_m \sim TN(\mu_0, \sigma_0^2)_{(0, \infty)}$ を用いて以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \sigma_m | \Delta \tilde{p}_T, \tilde{m}_T, \Theta_{-\sigma_m^2} &\sim TN(\mu_1, \sigma_1^2)_{(0, \infty)}, \quad (\text{Ancillary}) \\ \mu_1 &= \frac{\sum_{t=2}^T (s_t m_t^*) (\Delta p_t + s_t p_{t-1}) \sigma_0^2 + \mu_0 \sigma_u^2}{\sum_{t=2}^T (s_t m_t^*)^2 \sigma_0^2 + \sigma_u^2}, \\ \sigma_1^2 &= \frac{\sigma_0^2 \sigma_u^2}{\sum_{t=2}^T (s_t m_t^*)^2 \sigma_0^2 + \sigma_u^2}, \\ m_t^* &= \frac{m_t}{\sigma_m}, \quad s_t = a_1 + a_2 F(\tau_t; \gamma, c) \end{aligned}$$

本モデルの推定では以下のような手順を繰り返すことで、上記二つの parametrization から交互にサンプリングを行う。

- step 1 σ_m^2 を以下の事後分布からサンプリングする。

$$\begin{aligned} \sigma_m^2 | \Delta \tilde{p}_T, \tilde{m}_T, \Theta_{-\sigma_m^2} &\sim IG(\alpha_1, \beta_1), \quad (\text{Sufficient}) \\ \alpha_1 &= \frac{T-1}{2} + \alpha_0, \quad \beta_1 = \beta_0 + \frac{1}{2} \sum_{t=3}^T (m_t - m_{t-1})^2 \end{aligned}$$

- step 2 $\tilde{m}_T^* = \tilde{m}_T / \sigma_m$ を計算する。

- step 3 σ_m を以下の事後分布からサンプリングする。

$$\begin{aligned} \sigma_m | \Delta \tilde{p}_T, \tilde{m}_T, \Theta_{-\sigma_m^2} &\sim TN(\mu_1, \sigma_1^2)_{(0, \infty)}, \quad (\text{Ancillary}) \\ \mu_1 &= \frac{\sum_{t=2}^T (s_t m_t^*) (\Delta p_t + s_t p_{t-1}) \sigma_0^2 + \mu_0 \sigma_u^2}{\sum_{t=2}^T (s_t m_t^*)^2 \sigma_0^2 + \sigma_u^2}, \\ \sigma_1^2 &= \frac{\sigma_0^2 \sigma_u^2}{\sum_{t=2}^T (s_t m_t^*)^2 \sigma_0^2 + \sigma_u^2}, \\ m_t^* &= \frac{m_t}{\sigma_m}, \quad s_t = a_1 + a_2 F(\tau_t; \gamma, c), \\ \mu_0 &= \mu_{\sigma_m^2}, \\ \sigma_0 &= \sigma_{\sigma_m^2}. \end{aligned}$$

以上のようなサンプリング手法は ancillarity-sufficiency interweaving strategy (ASIS) と呼ばれる。

3 実証分析

本節では実証分析での使用データの銘柄、分析対象日、データ加工方法とベイズ推定で用いる設定について述べる。

3.1 使用データ

本研究では東証 FLEXFull のティック・データを分析に使用する。また、分析対象の銘柄は TOPIX Core30 構成銘柄であり、対象日は 2018 年 4 月から 2018 年 6 月までの 62 日分のデータである。

本モデルで特徴を捉えたいイベントは寄付直前に発生する気配更新の増加であるため、東京証券取引所の取引開始時刻である 9 時前後のデータが必要である。ただし、寄前開始時刻である 8 時から数分間は約定を意図しない注文を含む激しい気配更新が見られる (図 4 および図 5 を参照)。本モデルは収益率の系列が一度だけ滑らかに変化することを記述しているため、寄前開始直後のデータを分析に含んだ場合寄付直前における市場の情報効率性の変化を捉えることが難しくなる。よって本研究では分析対象の時間帯を 8 時 45 分から 9 時 15 分までとする。

本研究では、各銘柄ごとの価格系列と発行済み株式数に基づいて計算した分析対象銘柄全体の時価総額の秒

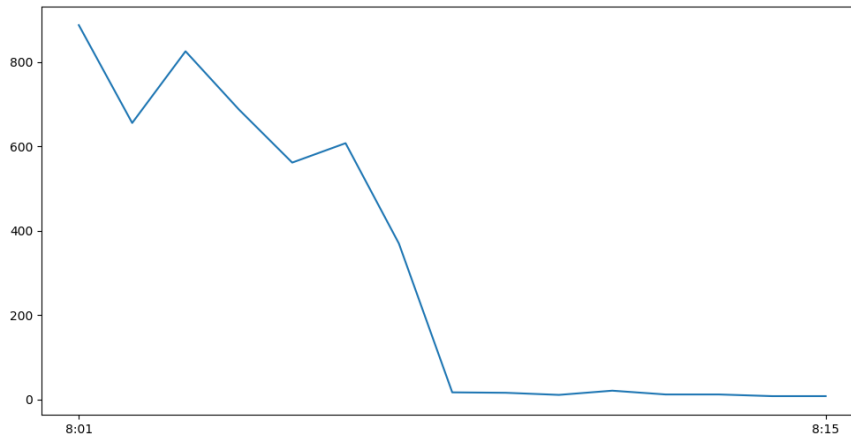


図 4: 一分あたりの気配更新回数の一例 (銘柄コード: 9984、2018 年 5 月 10 日、8 時 1 分から 8 時 15 分まで)。

次データを使用系列とする。寄前における価格系列については、東証が配信している板表示中心フラグのついた気配値を最良買気配値と最良売気配値とし、それらの平均値をその時点の価格とした。板表示中心フラグとは図 1 のように買い注文と売り注文が交錯している板において、約定対象となる注文を除いた際の最良気配に付けられるフラグである*。図 1 においては、買い注文で 509 円、売り注文で 510 円に板表示中心フラグが付けられることとなる。また、寄付以降の価格系列には仲値を使用した。

3.2 パラメータ設定

ベイズ推定の設定について、本分析においては burn-in のための反復回数を 10000 回、推定のための反復回数を 15000 回とした。また、各パラメータの初期値として $(\gamma, c, a_1, a_2, \sigma_u^2, \sigma_m^2) = (10, 0.3, 0.3, 0.7, 0.005, 0.005)$ を設定した。事前分布のパラメータは $\mu_\gamma = 10, \sigma_\gamma^2 = 3^2, \mu_c = 0.45, \sigma_c^2 = 0.2^2, u_c = 0.9, l_c = 0.1, \mu_{a_1} = 0.4, \sigma_{a_1}^2 = 5^2, l_{a_1} = 0.05, u_{a_1} = 2, \sigma_{a_2}^2 = 5^2, l_{a_2} = 0.05, \mu_{\sigma_m^2} = 0, \sigma_{\sigma_m^2}^2 = 3$ とした。ただし、 σ_u^2, σ_m^2 の逆ガンマ分布によるサンプリングでは一様分布 $I(0, 1)$ を事前分布とした。この理由としては、 σ_u^2, σ_m^2 の水準が日によって大きくばらつくため、逆ガンマ分布のように偏りの大きい分布を適切に当てはめることは難しいためで

* 板表示中心フラグの設定には、板が希薄な場合や前日の終値との大小関係に伴う細かいルールが設けられているが、ここでは言及せず最低限の説明に留めた。

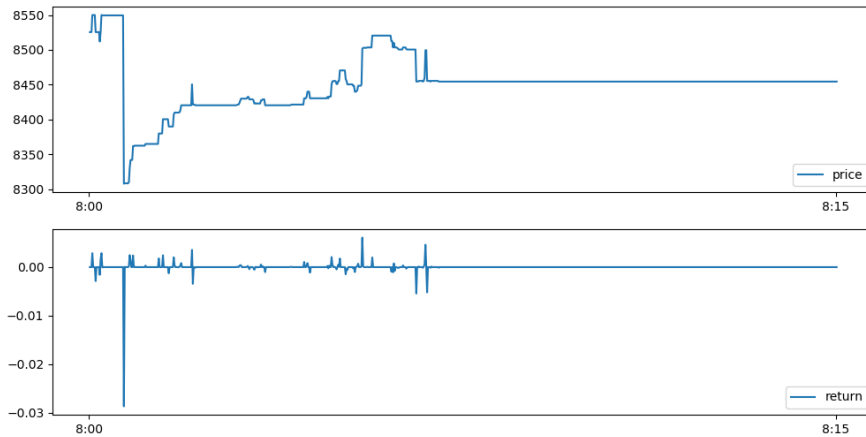


図 5: 寄付前後 15 分間における価格と秒次収益率の推移の一例 (銘柄コード: 9984、2018 年 5 月 10 日、8 時から 8 時 15 分まで)。上のグラフが価格、下のグラフが秒次収益率を表している。

ある。提案分布のパラメータは $\Delta\gamma = 2.5^2, \sigma_c^2 = 0.1^2$ とした。

4 分析結果

本節では実証分析の結果を報告する。図 6 では、2018 年 4 月 16 日のデータから得られた 8 時 45 分から 9 時 15 分までの価格と収益率及びそれらと同時点における調整係数の推定値をプロットしている。ただしここでは、各パラメータの posterior mean を代入した調整係数 s_t を推定値とした。寄付の 5 分程度前から 0 に近い調整係数が短時間で 1 に近いところまで素早く推移していることから、市場の情報効率性が寄付直前に向上したことがわかる。これは Biais et al. (1999) で報告されたものと同様の価格発見を表している。

次に、62 日分の推定結果を総括する。図 7 では、調整係数に関するパラメータの推定結果を表している。それぞれのパラメータに対応するヒストグラムは分析対象日ごとのパラメータの posterior mean に基づき作成した。 γ の posterior mean はほとんど 20 に近く、調整係数の推移が急であることを示している。寄前における価格発見の程度が素早く増加することについては、分析対象銘柄の流動性が極めて高いことが要因であると考えられる。 c の推定結果では、0.3 付近の posterior mean が最も多く得られ、ほとんどの分析対象日において寄付前に情報効率性の向上が見られることがわかった。推移する以前の調整係数を表すパラメータであ

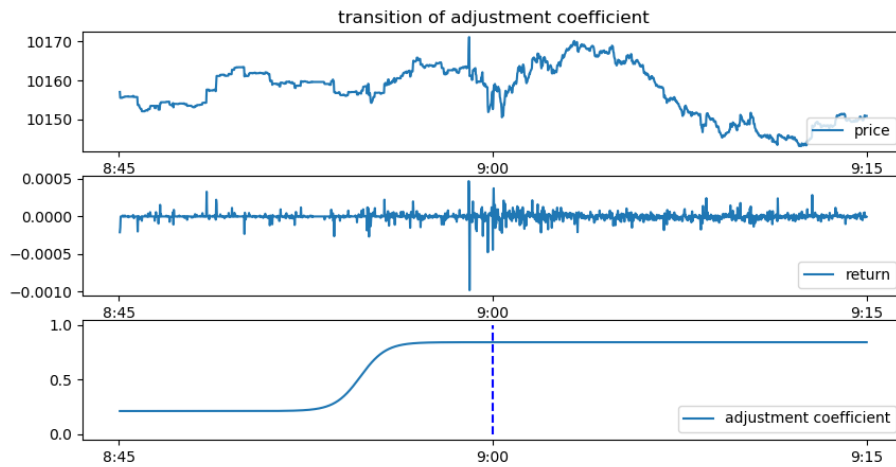


図 6: 2018 年 4 月 16 日のデータから得られた調整係数の推移。 $s_t = (1 + \exp\{\gamma(\tau_t - c)/\sigma_\tau\})^{-1}$ にそれぞれのパラメータの posterior mean を代入し、各時刻に対応した調整係数をプロットした。

る a_1 については、ヒストグラムから 0 に近い posterior mean が多く推定されていることがわかるため、寄付直前になるまでは価格発見の程度が低いままであることがわかる。この結果は Biais et al. (1999)、Moshirian et al. (2012)、太田 (2011) などの先行研究と同等の結果である。しかし、1 に近い posterior mean も多く推定されていることから、寄付 15 分前における価格発見の程度は全ての日において低い水準であるとは言えない。これは既存の手法では得られない結果である。また、 a_2 の推定結果についても 0 に近い posterior mean が多く見られた。この推定結果は寄付直前における調整係数の増分が小さいことを表している。推移後の調整係数の数値を表す $a_1 + a_2$ を見ると、多くは 1 に近い値を取るが、極めて小さい調整係数も推定されており、一部では先行研究と異なる結果が得られた。以上の結果から、分析対象日ごとに調整係数の推移は大きくばらつくことがわかった。

5 終わりに

本研究では寄前における市場の情報効率性の推移を一日分の日中時系列データから捉えるモデルを提案し、流動性の高い銘柄を分析対象とした実証分析を行った。本研究で提案したモデルは Amihud and Mendelson (1987) の提案した部分調整モデルにおける調整係数を平滑推移するパラメータに変更した状態空間モデルで

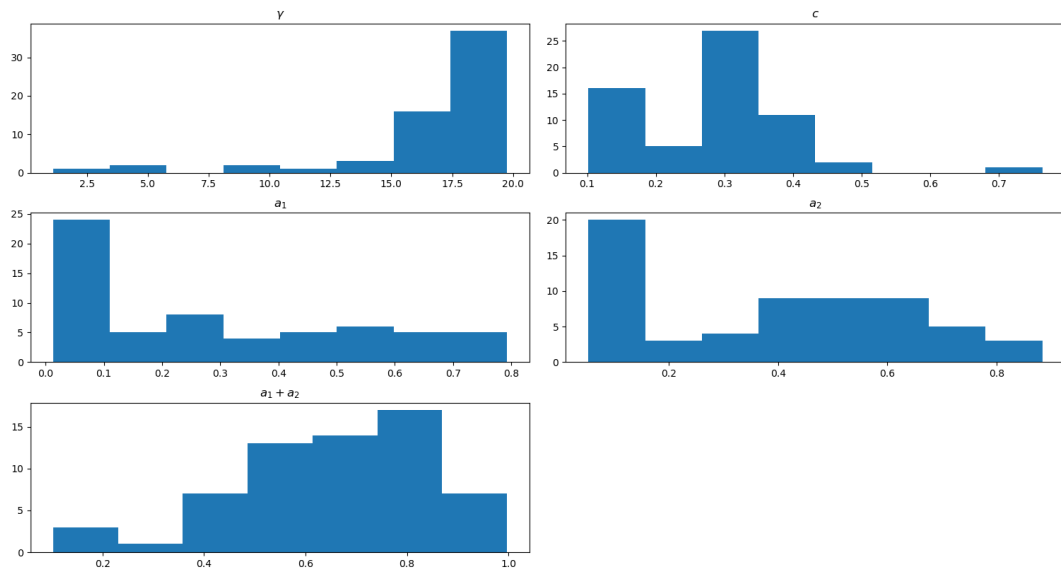


図 7: 調整係数に含まれるパラメータについて、それぞれの分析対象日ごとに得られる posterior mean からヒストグラムを作成した。

ある。本モデルにおける調整係数は、Amihud and Mendelson (1987) と同様に市場の情報効率性の指標とみなせる。またこのモデルは一日分の日中時系列データから推定可能であるため、Biais et al. (1999) の手法により得られるような市場の情報効率性の推移を各銘柄について一日ごとに評価することができる。推定手法については、最尤法による推定が難しいことからマルコフ連鎖モンテカルロ法を採用した。さらに、本研究では流動性の高い銘柄である TOPIX Core30 構成銘柄を分析対象とした実証分析を行った。分析対象期間における平均では先行研究と同様の結果が得られたが、個別の日付ごとの調整係数のばらつきを見ると既存の研究結果と異なる傾向を示すサンプルも多いことがわかった。

今後の課題については、まず γ の尤度関数により調整係数の取れる形状が制限されてしまう問題点の改善が挙げられる。 $\gamma = 0, \infty$ の時、本モデルでは尤度関数の形状と識別性の問題が発生するため、本研究での実証分析において γ の取り得る範囲に制限を加えた。しかし、真の γ が $0, \infty$ である際に必ず推定が不正確になるという問題は改善すべきである。

また、実証分析に用いるデータの加工法や推定に使用する日中の時間帯の選択も今後の課題として挙げられる。今回得られた推定結果において、 $c = 0.3$ 付近がもっとも posterior mean として多く推定されていた。モデルの性質上、推移の前と後に十分なサンプルサイズが確保されていることが望ましいので、分析対象時間

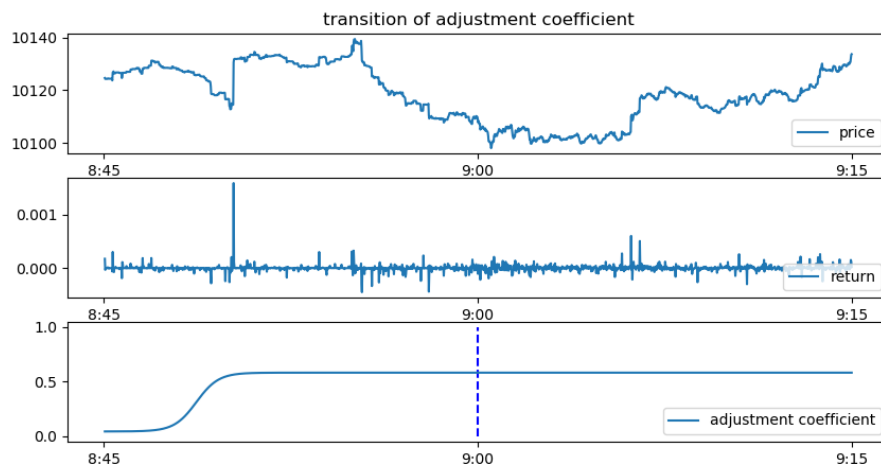


図 8: 2018 年 4 月 18 日のデータから得られた調整係数の推移。 $s_t = (1 + \exp\{\gamma(\tau_t - c)/\sigma_\tau\})^{-1}$ にそれぞれのパラメータの posterior mean を代入し、各時刻に対応した調整係数をプロットした。

帯を寄付前後 15 分ではなく前後 30 分にする必要性などが考えられる。さらに、寄前価格系列の特徴である突発的で大きな変動を含むデータをどのように扱うべきかも今後の課題である。本分析においても図 8 のように大きな変動が発生した時点を調整係数の推移後とするような推定結果がいくつかの分析対象日において見られた。こういったデータに対して攪乱項に正規分布を仮定している本モデルを当てはめるのは適切ではないため、手法の改良やデータの適切な加工が必要である。

付録 A γ に関する対数尤度の一階微分について

尤度関数の γ に関する一階微分は $\tilde{p}_T = (p_2, \dots, p_T)$ 、 $\tilde{m}_T = (m_1, \dots, m_T)$ を用いて以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \gamma} \log f(\Delta \tilde{p}_T | \Theta, \tilde{m}_T, p_1) &= \frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_{t=2}^T \{2(\Delta p_t - (a_1 + a_2 F(\tau_t; \gamma, c))(m_t - p_{t-1})) \\ &\times a_2(m_t - p_{t-1}) \underbrace{\left(\frac{\tau_t - c}{\sigma_\tau}\right) F(\tau_t; \gamma, c)(1 - F(\tau_t; \gamma, c))}_{=0 \text{ when } \gamma=\infty} \} \end{aligned} \quad (13)$$

$\gamma = \infty$ の時、以下の式から (13) の下線部が全ての t において 0 となることがわかる。

$$F(\tau_t; \gamma = \infty, c) = \begin{cases} 0, & \tau_t < c \\ \frac{1}{2}, & \tau_t = c \\ 1, & \tau_t > c \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \gamma} \{\text{Log Likelihood}\} = 0.$$

このように、 $\gamma = \infty$ は対数尤度の一階の条件を満たす。したがって、仮に真の γ の値が無大ではない場合でも、最尤推定におけるパラメータ最適化の局所解として真値から乖離して大きな γ を得てしまう可能性がある。この問題を避けるため、本モデルの推定は最尤法以外の推定方法を用いる。

Reference

- 太田亘 (2011) 「取引開始前の気配更新と価格発見」, 『統計数理』, 第 59 巻, 第 1 号, 67–87 頁。
- Amihud, Y., and Mendelson, H. (1987) “Trading mechanisms and stock returns: an empirical investigation,” *Journal of Finance*, Vol. 42, No. 3, pp. 533–553.
- Biais, B., Hillion, P., and Spatt, C. (1999) “Price discovery and learning during the preopening period in the Paris Bourse,” *Journal of Political Economy*, Vol. 107, No. 6, pp. 1218–1248.
- Carter, C.K., and Kohn, R. (1994) “On Gibbs sampling for state space models,” *Biometrika*, Vol. 81, No. 3, pp. 541–553.
- Gerlach, R., and Chen, C.W.S. (2008) “Bayesian inference and model comparison for asymmetric smooth

transition heteroskedastic models," *Statistics and Computing*, Vol. 18, pp. 391–408.

Kastner, G., and Frühwirth-Schnatter, S. (2014) "Ancillarity-sufficiency interweaving strategy (ASIS) for boosting MCMC estimation of stochastic volatility models," *Computational Statistics and Data Analysis*, Vol. 76, pp. 408–423.

Moshirian, F., Nguyen, H.G., and Pham, P.K. (2012) "Overnight public information, order placement, and price discovery during the pre-opening period," *Journal of Banking & Finance*, Vol. 36, No. 10, pp. 2837–2851.

Theobald, M., and Yallup, P. (2004) "Determining security speed of adjustment coefficients," *Journal of Financial Markets*, Vol. 7, No. 1, pp. 75–96.

Yu, Y., and Meng, X. L. (2011) "To center or not to center: That is not the question-an ancillarity-sufficiency interweaving strategy (ASIS) for boosting MCMC efficiency," *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol. 20, No. 3, pp. 531–570.