

数学的な見方・考え方を育てる学習指導の工夫

—課題の設定を重視した探究的学習活動—

高橋 利彰

本論の要旨

本校では探究的学習活動を軸に研究に取り組んでいる。探究的学習活動とは、「課題の設定→情報収集→整理と分析→発表と交流→まとめ→新たな課題」のプロセスの学習である。昨年度は1年生の「数と式」の単元で探究的な学びができるように単元設定を行った。生徒は、計算の法則が成り立つ根拠について自分なりに説明を考え、自分の問いを持ちながら活動ができた。単元で学ぶ知識や技能を基にレポートにまとめることで、数学的な思考の素地を作った。本年度も、探究的活動を他学年でも継続し、更なる教材開発について研究をすすめたいと考えた。

そこで、3年生での「数と式」や資料の活用「箱ひげ図」の単元において探究的な学びができる教材を開発し、数学的な見方・考え方を育てたい。そのために身近な事象を数学化した上で課題を見出し、思考・判断するなかで数学的表現を活用する場面を設定することを重視したい。特に、課題の対象に文学的文章を扱うことで国語科の内容と関連づけ、考察することで、多面的・多角的に見方を育てることができた。

キーワード 探究的学習活動, 数学的な見方・考え方, 数と式, 箱ひげ図

1. はじめに

平成29年(2017年)3月に示された学習指導要領(以下、新学習指導要領)では、資質・能力の育成に向けて、「探究的な学び」が、生徒の主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善に効果があると示されている。深い学びの実現のためには、事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的、発展的に考えることを繰り返して鍛えていくことが大切である。昨年度の研究では、探究的学習活動に焦点を当てて単元を通じた探究を促すような課題やテーマを決めた。探究的学習活動で重要なことは、課題の設定であり、生徒自身が問いを持つことである。

本年度は、「数と式」と「資料の活用」の分野において探究的学習活動を取り入れ、実践授業を行った。身近な事象から課題を見出し、既習の事柄を活用して説明する場面を設定した。また、新学習指導要領では、「データの活用」の分野が再編され、その分野はより重視される傾向にある。その中でも「箱ひげ図」が高校から中学校への指導内容に変更される。本研究では、単元を通じた指導の方法と日常的な事象から「箱ひげ図」を活用して課題解決する力を育成する授業を設定した。

2. 探究的活動について

本校の校内研究テーマは、「探究的学習活動を

通した、実社会に生きてはたらく力の育成—総合学習を幹に、課題を主体的に取り組む学習指導—」である。総合学習を中心として各教科の中でも教科横断的に探究的学習活動をより充実させ、学んだことを実社会において活用していく力を身につけさせることを目標にしている。探究的学習活動とは、「課題の設定→情報収集→整理と分析→発表と交流→まとめ→新たな課題」というプロセスを意識した学習活動を指している。この探究的学習活動の流れを数学の授業でも応用しながら、数学的な見方や考え方を深めることができないかと考えた。このような実践を行うことで、教科を横断した課題解決的な学習や探究的な活動も充実するし、数学の知識・技能の確実な定着にもつながるであろうと考える。

渡邊(2018)は、数学科における探究的な活動の特徴として次の4点を挙げている。

- ①「定理」「公式」のような「数学的きまり」となる論理形式を見いだすことを、算数・数学科授業のねらい(学習目標)に設定すること。
- ②生徒たちに探究的な活動を促すためにICT利用が効果的であること。
- ③多数の具体的情報をグラフや表を活用して整理すること。
- ④見付けた関係の「適応範囲」を明らかにすること。

と。

上記の4点をもとに探究的活動を促す課題の設定や探究的活動の展開に焦点をあて、そこから作り出される生徒の学びを深めていきたいと考える。

そこで、数学科として探究的学習活動の要素をもとに、数学的な概念を表現し、数学的な考察する力を養うために本研究を考えた。探究的活動がどのような場面で有効なのか、教育的効果を上げていくための活用方法を明らかにしたい。

3. 研究仮説

身近な事象から数学的課題を見出し、探究的に試行錯誤を繰り返しながら、課題解決のプロセスを経ることで、汎用的な課題解決能力が身に付き、数学的な見方・考え方が養えるであろう。

4. 実践授業1

3年生の「数と式」では、2次式の展開や因数分解について学習する。それらの学習を通して展開や因数分解などの2次式における計算の工夫を理解し、文字を含む計算の便利さに気づき、数学的思考力を伸ばすことができる。「数と式」では、計算はできるものの、数学的な根拠を持って理解することは難しい生徒もいる。展開と因数分解の関係から2次式を含む計算のいろいろな計算方法を探究する中で、式での説明だけでなく、図形を利用した説明する力を通して、多面的なものの見方を育てるとともに、数学的な法則や性質を見出す力をつけていきたいと考える。そこである計算式を示し、速算術を見せることで、どんな仕組みなのかを興味を持たせ課題に取り組ませたいと考えた。また、その速算術を「スピカル(スピードカリキュレーションの略)」と名付けることで親しみやすくした。

(1) 本時の目標

速算術を通して、工夫した計算を考察することで数学的な見方を育て、根拠をもって法則を説明することができる。

(2) 探究課題

探究する課題として、速算術を扱った。速算術をスピカルとして課題提示(図1)した。

学習課題 効率よく計算する方法はありますか。

どんな問いを持ちますか。

| | | | |
|------|------|------|------|
| 53 | 38 | 89 | 65 |
| × 57 | × 32 | × 81 | × 65 |
| 3021 | 1216 | 7209 | 4225 |

図1 スピカルの課題

渡邊(2018)の探究的な活動の4つの特徴のうち、①は計算式から規則性を探し、計算の法則を論理的に説明できることにあたる。また、②については、全体共有を図るために課題提示に使用した。計算の法則を見つけだすために試行錯誤をすると、つぶやきや疑問が出てくる。そのつぶやきや疑問を視覚化させること、また、そのつぶやきや疑問が問いつながる場面を設定するために、Yチャートを使用した。

(3) 授業を終えて

探究的学習活動について4つの式を提示したところ、生徒は簡単に計算ができる仕組みを思考していた。いくつかの計算をみて気がつくことを挙げさせるときにYチャートを使って整理させた(図2)。

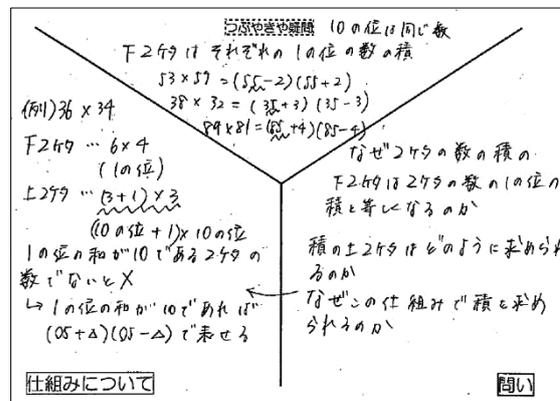


図2 Yチャート

課題の計算の中にどのような仕組みが隠されているかを考えるために、つぶやきをメモらせることで試行錯誤したことが視覚化できるようになった。つぶやきや疑問として、「十の位が同じ数(そろっている)」「一の位同士をかけたものは、十の位、一の位となり、十の位同士をかけたものに十の位の数をたしたものが、千や百の位となる」「下2桁は、2桁の数の一の位をかけた数になっている」が挙げていた。そこから、本時の課題に迫り、その仕組みについて説明を考えさせた。

すると、式や図を使って説明をする様子が見られた。プリントにまとめさせると、図3のようにまとめている生徒がいた。前時までに式の展開において図を使った説明を取り扱っていたので、その時の考え方を活用して取り組んでいる様子であった。計算式の性質について説明する場合、計算の法則の中の既習事項を活用して説明することに加えて、面積図を利用して説明

する方法を身につけることで計算式の性質をより深く理解することができ、数学的考察能力を高めることができる。しかしながら、図を使って説明をする場合に、上手く整理できなかった生徒もいた。そこで、解決のための手立てとして、協同的な学びが有効であり、班で意見を交流しながらまとめる作業を通して理解を深めると考える。

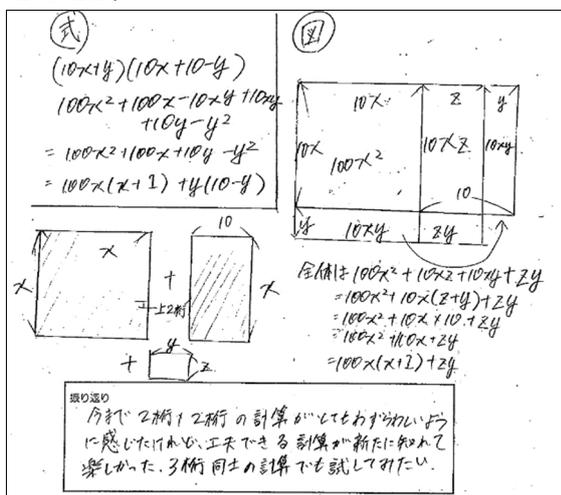


図3 説明のようす

それぞれに考えたことを4人班で交流させまとめさせた。班で交流したことをホワイトシートにまとめさせ、全体交流とした。(図4)

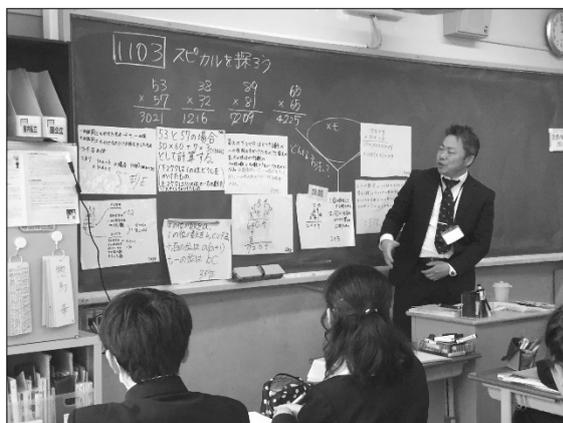


図4 各班のまとめ

振り返りには次のような感想が書いてあった。

①数の計算の説明方法は、文字や図形の2つあるのが前回と同じだったので、その2つがとても重要であるということが分かり、これからの学習につなげたいと思った。

②数学には規則があり、条件が揃えばこの計算が出来ると分かりました。テスト中に急いで計算するときに使えるので、図についてもっと詳しく理解したいです。

③地道な計算の方法は大変だが、このように条件の中で式にあてはめ計算できるとより速く計算できることが分かった。また、その方法は展開や分配法則などをすることで分かることが分かった。

①の生徒は、前述したとおり分配法則の文字を使って説明する方法と面積図を使って説明する方法を活用して表現した。法則や定理を暗記するのではなく、成り立つ根拠を多面的に表現できることは、数学的考察力を豊かにした様子が見える。②や③の生徒は、条件が整えばもっと他に速算術のような計算ができるであろう。テストに出題される問題では、複雑な計算になればなるほど、工夫して計算をする力を求められるため、図などを利用して工夫した計算を理解したいのだと思われる。

式と計算の分野において工夫した計算は、電卓を使うより便利である。それこそが人間が生み出した知恵の結晶であろう。また、規則性を見出す力を伸ばすことで、他の場面でも発揮されることが期待できるし、それこそが探究する力につながるであろう。授業後にアンケートをとると次のような結果であった。

表2 アンケート結果

| 質問項目 | 評価 |
|--------------------------|-----|
| この時間の目標を意識できた | 3.4 |
| 問いや課題について分析し、関わる情報を整理できた | 3.5 |
| 問いに対して、根拠を持って自分の意見を持たせた | 3.3 |
| 自分の意見を他の人に論理的に伝えることができた | 3.2 |
| 級友と自分の意見を比べながら深めることができた | 3.4 |
| この時間の内容をしっかり理解できた | 3.4 |
| 新たな課題を見つけることができた | 2.9 |

アンケートでは、各設問に対して、「そのとおりである」を「4」にして、「あてはまらない」を「1」で答えさせた。結果を見ると、「この時間の目標を意識できた」や「課題から必要な情報を集め、整理して自分なりに課題に対する答えを表現することができた」という設問が高かった。

計算の法則を見つけさせることから課題から

見える授業の目標が明確であった。また、その計算から見える不思議さを感じることができたからであろう。授業で身につけた力についても書かせると、次の回答があった。

- ・工夫して計算する力
- ・図形を使って計算を証明する力
- ・相手の証明を理解する力
- ・今まで習ったことを活用して分析する力
- ・計算の共通点を見つける力
- ・班内で話し合っって意見を深める力

日常生活の中に数の概念は、必要不可欠である。その中で速算術のような工夫された計算にふれ、その仕組みについて思考・判断することで数学的思考力が養える。次への課題につながるために、問いや疑問を書かせると、「3ケタではどのような工夫ができるか」と書く生徒もいた。

5. 実践授業 2

(1) 単元「箱ひげ図」3年生 8月実施

(2) 単元のねらい

新学習指導要領において、箱ひげ図の内容が再編される。3年生は履修する必要はないが、箱ひげ図や標本調査の考え方を利用して、BTでの活動に活用できる力を養いたいと考え、新学習指導要領を先取り、実践を行った。とりわけ、BTにおける調査研究では、データの見方・考え方を活用して、全校生徒や一般の人に対して行った意識調査をまとめ、その結果から考察をしていく機会がある。そこで、データの分布について、実際に、四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の様子を比較して読み取り、批判的に考察し判断することができる力を養うために、「箱ひげ図」の単元を設定した。

(3) 単元計画

| 時数 | 学習内容 |
|-----------|--|
| 第1時 | 四分位数の必要性についてふれ、その表し方や範囲について学習をした。 |
| 第2時 | 箱ひげ図のかき方とその意義について学習し、箱ひげ図のメリットについて思考し、意見の交流を行った。 |
| 第3時 | 箱ひげ図とヒストグラムとを比べ、その違いについて考察した。 |
| 第4時 本時 | 「トロッコ」「銀河鉄道の夜」「夜明け前」「吾輩は猫である」の作品 |

の文字数を箱ひげ図で表し、比較することで、文学作品の特徴を見つけ、「美しい文章」とはどんな文章なのかを考えさせた。

(4) 第4時の設定の理由

前時までには、第1時ではデータ分析について四分位範囲や箱ひげ図の必要性和意味を理解し、四分位範囲を求めたり、箱ひげ図に表したりすることで資料の傾向を読み取ることを学習した。第2・3時では、四分位数や箱ひげ図を用いることで、データの散らばりのようすを視覚的に表現することを学習した。特に複数のデータのちらばりのようすを比較することで資料の傾向を読み取り、批判的に考察し判断することを学習した。

そこで、本授業では、箱ひげ図を活用して課題解決ができる授業を計画した。「美しい文章」とはどんな文章なのかについて文学作品の文字数に注目し、得られた情報から代表値や箱ひげ図を比較することで、それぞれの作家の文章における特徴を見つけさせ、考えさせることにした。先に文章を読ませ、読んだ感想を聞き、読みやすさやそれぞれの文章における特徴を確認させた。

そこから、文章を比較するためにどんなことが言えたらいいのかを判断させた。文章を数値に変換させるのには、時間がかかるので4つの文学的文章の30行までの1文の文字数を数えた記録を準備した。生徒には、代表値やグラフを利用して「美しい文章」とは何かの答えを表現させた。



図5 発表している様子

(5) 第4時の学習過程

| | 学習内容・活動 | ○指導 ◆評価 ★主体的な課題を見いだす方策 |
|-----|---|---|
| 前時 | 0. 4つの文章を比較する視点を考える。 | ○4つの文章を配布し、それぞれの文章を比較しまとめさせる。 |
| | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 学習課題 4つの文学作品を比較して、文章の秘密を探ろう！ </div> <p>予想される答え</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「吾輩は猫である」は、文字数が少ない。 ・「銀河鉄道の夜」は、会話文が多い。 ・「夜明け前」は、読みにくい。 <p>1. 4つの文章を数学的に比較する視点を考える。</p> | <p>○それぞれの文章の印象を答えさせ、読みやすい文章を確認する。</p> <p>★100年前の作品が教科書に記載され、日本全体に長く読まれてきた理由を考えさせる。</p> <p>○これまでの知識を活用して、統計的にまとめることを伝える。</p> <p>○代表値やヒストグラムでまとめさせる。</p> |
| 導入 | 2. 4つの文章を比べ、その特徴を交流する。 | <p>○前時の課題を確認し、各班でその特徴をまとめさせる。</p> <p>○平均値、最大値、最小値、中央値などを確認する。</p> <p>○スクリーンに提示して、課題を共有させる。</p> <p>★文学的文章を数学的な見方で分析し、特徴を整理する。全体的な傾向を知るためには、箱ひげ図で比べることを気づかせる。</p> <p>◆規準③(ワークシートの記述) 【主体的に学習に取り組む態度】</p> |
| 展開 | 3. 本時の課題について知る。 | ○一人一つの箱ひげ図を用紙に書かせる。 |
| | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 学習課題 4つの箱ひげ図を比較して、文章の特徴を説明しよう。 </div> <p>4. 箱ひげ図から読み取った内容を発表する。</p> <p>予想される意見</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「吾輩は猫である」が全体的に文字数が少ない。 ・「トロッコ」と「吾輩は猫である」は全体的な傾向は似ている。 ・「銀河鉄道の夜」は、全体的にばらついている。 | <p>○箱ひげ図を台紙に貼らせ、全体的に比較させる。</p> <p>○箱ひげ図を比較して読み取ったことを交流させ、発表させる。</p> <p>○外れ値や箱ひげ図の見方について確認する。</p> <p>○ヒストグラムと箱ひげ図を比較させ、その違いについて交流させる。</p> <p>★表ソフトを使って箱ひげ図で表し、全体で共有する。</p> <p>◆規準②(ワークシートの記述) 【思考力・判断力・表現力等】</p> |
| まとめ | 5. 本時のまとめをする。 | ○本日の学習の振り返りをさせる。 |
| | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> まとめ 箱ひげ図を使うと、複数の資料の散らばりのようすが比較しやすく、「吾輩は猫である」の文章は、他と比べて全体的に文字数が少ないことが読み取れる。 </div> | |

(6) 授業を終えて

①探究的学習活動について

4つの文学作品は、中学校国語の教科書に採用されている作家の作品で有名なものである。近代に書かれた文章が今もなお読み親しまれるには理由があり、文学作品としての面白さや読みやすさがあるのではないだろうか。その読みやすさの要因を数値にして解き明かしていくところに探究的な要素がある。数学的な見方で持って文学的文章を見ることはほとんどないであろう。しかし、文章の構成において美しい文章には、それなりに数学的な理由がある。このように文学作品における文章の美しさについて数学的に探究できるように設定した。

まず初めに、それぞれの文章についての印象を生徒に聞くと、表2のような回答を得た。

表2 文学作品を読んだ印象

| | 生徒が持った印象 |
|---------|---|
| トロッコ | 昔っぽい、おもしろみがない、擬音語が多い、読みにくい、情景が詳しく描かれている |
| 銀河鉄道の夜 | 会話が多め、心情が多く表現されている、とても読みやすい、変な名前 |
| 夜明け前 | 言い方が昔、読みにくい、3人称主に状況説明 |
| 吾輩は猫である | 視点が猫 とても読みやすい 1人称、自分目線で書かれている |

読みやすい文章はどれか判断させたところ、「吾輩は猫である」が一番読みやすいという生徒が多かった。なぜ、そのように思うのかを数学的に考察をさせた。

探究の中心に据えたことは、文学的文章をどのように数値にして表すかということと、比べるとときにどの資料を使って説明するかである。

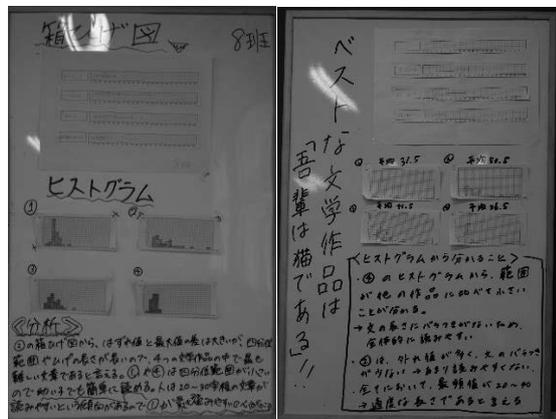


図 6 班でまとめたホワイトボード

「美しい文章とは」の問いに対して、30行までの文字数の情報をもとに協同して調べさせると、一文の平均文字数を求め、ヒストグラム、箱ひげ図を利用していった。それぞれを比べながら、問いの結論を出していた(図6)。生徒の結論をまとめたものを次に記載する。

- ・②の箱ひげ図から、外れ値と最大値の差は大きい、四分位範囲やひげの長さは長いので、4つの文学作品の中で最も難しい文章であると言える。①や④は四分位範囲が小さいので幼い子でも簡単に読める。人は20~30字程度の文章が読みやすいという傾向があるので、①が最も読みやすい。

- ・トロッコや吾輩は猫であるは、特に文字数がかたよっている、短文で読みやすくなっている。

読みやすいという感覚を視覚的に表現できる方法がグラフや数値である。箱ひげ図やヒストグラム、平均値などの代表値を活用して、根拠を持って説明する力を発揮し、文学作品を違う角度から見ることができた。

②箱ひげ図の指導について

箱ひげ図の指導において、重要なことは、生徒にその意義や必要性を感じさせることである。単に教科書に載っているからではなく、箱ひげ図の活用が社会をよりよくするためのものであり、生徒の数学的な見方・考え方をさらに伸ばしていくものであるとよい。今回の実践を通して、生徒が学んでいく中での疑問やつまずきに対して、十分に支援できたとは言えず、生徒一人ひとりの反応

や言葉が教材研究であった。今回の単元での活用面で、文学作品を取り上げたが、国語科と連携し、深めることができた。また、ICTを活用して箱ひげ図を比べることもできた。本研究では、箱ひげ図に慣れていない生徒に対して行ったので、手書きで書いて比べることにした。ICTを活用して、もっとインタラクティブに授業を展開できるとよかった。けれども、研究協議会にて全国から来られた参観者からの注目度は高く、単元を通しての指導のあり方を学ぶよい機会となった。

6. 最後に

2つの実践授業より探究的な学習活動の例を示した。どちらの授業においても、数学が持つ不思議さや便利さを感じて欲しいと考える。不思議さを感じることで、その課題に対して疑問を持ち、解決してみたいと思う生徒も出てくる。また、便利さを感じることで、数学の意義を体感できる。中でも、「箱ひげ図」の指導において、文学的作品を扱うことで、国語科との連携が可能になり、多面的・多角的なものを見方を養えるであろう。そうして取り組んだ経験をBTでの調査研究に活用できるとよい。

参考文献

渡邊慶子, 篠原雅史, 山下亮, 上野隼, 高橋利彰, 「算数・数学科における探究的な活動を促す教材の開発研究-『2次方程式の解』の探究を事例として-」, 近畿数学教育学会誌第32号, 近畿数学教育学会誌, 2018