確率への招待　6回目

集合、順列、組み合わせ
中間まとめ

１．集合

①集合の定義

・範囲がはっきりしたものの集まりを「集合」という
・その集合を構成している１つ１つのものを、その集合の「要素」という。
※集合論は奥が深い（無限集合、「集合全体の集合」など）
当面は「全体集合」Uを考えて、その枠組みで考える。

②部分集合

Ａ⊂Ｂのとき、ＡはＢの部分集合

③共通部分と和集合

共通部分A∩B、和集合Ａ∪Ｂ

④補集合

ドモルガンの法則

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}, \ \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

（論理学でも出てくる！）

２．場合の数

①集合の要素の個数

和集合・補集合の要素の個数
ややこしい場合はベン図を描いて考える。

②場合の数

もっとも素朴には数え上げ。
樹形図、辞書式順序
順列、組み合わせを用いると簡単に計算できる（ことも）

③和の法則、積の法則

・「○○と△△が同時には起こらない場合」が和の法則。
・「○○の起こり方がaとおりあり、その各々に対して△△の起こり方がbとおりある場合」が積の法則

３．順列

①順列とは

n個の異なるものからr個取って1列に並べるやり方

②順列の計算

$${}_nP_r = n(n-1)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

③円順列

異なるn個のものを円に並べる順列の数は、

$$\frac{{}_nP_n}{n} = (n-1)!$$

これは、答えよりも、その導き方のほうが大事

・最初は区別して順列を求めた上で、ダブリ分を割る

・どれか1つを固定して考える

④重複順列

n個の異なるものから重複を許してr個並べる並べ方

$${}_n\Pi_r = n^r$$

４．組み合わせ

①組み合わせの計算

n個からr個取る組み合わせ

$$ {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

$$ {}_nC_n = {}_nC_0 = 1, \qquad {}_nC_1 = n, \qquad {}_nC_r = {}_nC_{n-r} $$

$$ {}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r $$

②最短経路、同じものを含む順列

・縦r、横sのマス目の碁盤目状の道路で、左下から右上まで行く最短経路の場合の数は ${}_{r+s}C_r$

・n個のうちp個は同じもの、q個は別の同じもの、r個はまた別の同じもの・・・であるとき、これらn個のものを１列に並べる場合の数は $\dfrac{n!}{p!q!r!\cdots}$

③組み分け

・n人をp人、q人、r人、・・・、とグループに組み分けするとき、グループに区別をつけるならば、そのやり方の総数は

$$ {}_{n}C_{p} \times {}_{n-p}C_{q} \times {}_{n-p-q}C_{r} \times \cdots $$

・グループに区別をつけなければ、（区別のつかないグループ数）！で割ればよい。

④重複組み合わせ

異なるn個のものから重複を許してr個取る組み合わせは、

$$ {}_{n}H_{r} = {}_{n+r-1}C_{r} $$

例）x＋y＋z＝10を満たす0以上の整数解（x、y、z）の個数は、xをいくつ、yをいくつ、zをいくつ、重複を許して選び方と同じなので、$_{3}H_{10}$。

「自然数解の個数」であれば、X＝x－1等と置き換え。