滋賀大学教育学部紀要
No.65, pp. 141-148, 2015

自転を伴う落下種子に関するモデルの厳密解

鈴　木　宏　昌

Exact solution of a model for falling seeds with autorotation

Hiromasa SUZUKI

Abstract

The dynamics of falling seeds with autorotation is studied. For a simple model system, the existence and stability of an exact solution which corresponds to the motion of falling with autorotation are analyzed. Our results have many advantages to clarify the dependency of various parameters.

キーワード：自転、種子、厳密解、安定性

1. はじめに

羽をもつ種子は数多く存在する．羽があるため長時間空中を漂い遠方に移動することが可能となり，次の世代をより多くより広範囲に残すことにつながる．種子とその羽の形状や重さなどの特徴は様々で，空中を漂う様子も多種多様である．羽を持つ種子の中には回転しながら飛翔するものが存在する．

1980 年代後半に東と安田によって，羽をもつ種子の特徴が詳細に分析された [1], [2]．特に [2] では，10 種類近くの回転する種子について実際に落下する状況を観察し，その形状，質量，羽の面積など幾何学的な情報，また回転速度，回転中の羽の角度など運動の特徴を表す飛行性能について調査している．同じ頃，大亀らによって，回転しながら落下する植物種子の飛行に関する基礎方程式が提案され，数値計算によってその運動の特徴が解析されている [3], [4]．近年の研究では，回転する羽の上方に生じる前縁渦 (Leading-Edge Vortex) によってその上方の空気圧が下がり，その結果羽を持ち上げる効果が生じていることが実験により明らかにされている [5].

本稿では自転を伴って落下する種子のダイナミクスを明らかにするために，[3] で提案された次のモデル方程式について考察する．

$$
(1.1)\qquad \begin{cases}
M\dfrac{dV_x}{dt} = -F(V_x,V_y,V_z,\theta)(\cos\alpha\sin\beta\cos\theta+\sin\alpha\sin\theta),\\[2ex]
M\dfrac{dV_y}{dt} = -F(V_x,V_y,V_z,\theta)(\cos\alpha\sin\beta\sin\theta-\sin\alpha\cos\theta),\\[2ex]
M\dfrac{dV_z}{dt} = F(V_x,V_y,V_z,\theta)\cos\alpha\cos\beta-Mg,\\[2ex]
\dfrac{d\theta}{dt} = \omega,\\[2ex]
I_G\dfrac{d\omega}{dt} = F(V_x,V_y,V_z,\theta)L\sin\alpha\cos\beta,
\end{cases}
$$

$$F(V_x, V_y, V_z, \theta) = \frac{1}{2} C_D \rho_a \epsilon\, r_2^2$$
$$\times \{V_x(\cos\alpha \sin\beta \cos\theta + \sin\alpha \sin\theta) + V_y(\cos\alpha \sin\beta \sin\theta - \sin\alpha \cos\theta) - V_z \cos\alpha \cos\beta\}^2,$$
$$I_G = \frac{1}{4}\{d_2\sigma_2(r_2^4 - r_1^4) + d_1\sigma_1 r_1^4\}$$
$$\times \left\{\left(\frac{1}{2}\sin 2\epsilon + \epsilon\right)\cos^2\beta - \left(\frac{1}{2}\sin 2\epsilon - \epsilon\right)\cos^2\alpha\right\} - M{r_G}^2\cos^2\beta,$$
$$L = \frac{2}{3}\frac{r_2 \sin\epsilon}{\epsilon} - r_G, \quad r_G = \frac{2}{3}\frac{\sin\epsilon}{\epsilon}\frac{r_1^3 d_1\sigma_1 + (r_2^3 - r_1^3)d_2\sigma_2}{r_1^2 d_1\sigma_1 + (r_2^2 - r_1^2)d_2\sigma_2},$$
$$M = r_1^2 d_1 \epsilon \sigma_1 + (r_2^2 - r_1^2) d_2 \epsilon \sigma_2.$$

ここで，各パラメータの意味は以下の通りである（詳細は [3] 参照）.

(V_x, V_y, V_z)：種子の重心の速度

ω：重心回りの自転角速度

θ：種子の中心角の二等分線の xy 平面上への射影が x 軸となす角度

F：種子が空気より受ける合力の大きさ

M：種子の質量

I_G：重心を通る鉛直軸に関する種子の慣性モーメント

L：種子が空気から受ける合力の作用点と重心との距離

r_G：扇形の中心と重心との距離

r_1：種子の実の部分の半径

r_2：種子の半径

σ_1：種子の実の密度

σ_2：種子の羽の密度

d_1：種子の実の厚さ

d_2：種子の羽の厚さ

2ϵ：種子（扇形）の中心角

α：羽の幅の方向と水平面のなす角度　$0 \leqq \alpha < \pi/2$

β：羽の長さの方向と水平面のなす角度　$0 \leqq \beta < \pi/2$

g：重力加速度の大きさ

C_d：種子の抵抗係数

ρ_a：空気の密度

以下，[3] にしたがって (1.1) について説明する．座標系は水平面として xy 平面，鉛直方向に z 軸を設定する．このとき重心の位置と速度を時間の関数として重心の位置を (X, Y, Z)，速度を (V_x, V_y, V_z) とする．[3] では，重心の位置に関する微分方程式が与えられているが，方程式は重心の位置そのものには依存しない．それゆえ本稿では

$$V_x = \frac{dX}{dt}, \quad V_y = \frac{dY}{dt}, \quad V_z = \frac{dZ}{dt}$$

とおき，速度の式に書き改めている．

種子全体は扇形であり，種子は実の部分と羽の部分からなるものとする．具体的にはかえでの種子を想定している．この扇形は半径 r_2 の円の一部で，その中心角は 2ϵ，種子の実の部分は扇形の半径 $r_1(< r_2)$ までの部分，それ以外の部分は羽であるとする．実の部分，羽の部分は一様であり，その厚みをそれぞれ d_1, d_2，密度をそれぞれ σ_1, σ_2 とする．荒く言って，種子（扇形）は z 軸と同じ方向に固定された回転軸をもち，一定の角度で傾いたまま（α と β を一定に保ったまま），重心の周りで自転しながら落下する，という状況を想定している．この運動方程式は重力と空気による抗力のみを考慮に入れた，最も単純化されたモデル方程式と考えられる．

本稿では，$\alpha = 0$ の場合について考察する．$\alpha \neq 0$ の場合には，初期値問題の解の振る舞いが不規則になることが数値的に示されている [3]．$\alpha = 0$ のとき，(1.1) の第 5 式より ω は定数となることがわかる．その定数を単に ω と表すことにすると，(1.1) の第 4 式より θ は ω を用いて

$$\theta^*(t) = \omega t + \theta_0$$

と表される．ここで θ_0 は定数である．このことから，考察するモデル方程式は

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dfrac{dV_x}{dt} & = & -\dfrac{1}{M}G(V_x, V_y, V_z, \theta^*(t)) \sin\beta \cos\theta^*(t), \\ \dfrac{dV_y}{dt} & = & -\dfrac{1}{M}G(V_x, V_y, V_z, \theta^*(t)) \sin\beta \sin\theta^*(t), \\ \dfrac{dV_z}{dt} & = & \dfrac{1}{M}G(V_x, V_y, V_z, \theta^*(t)) \cos\beta - g \end{array}\right. \tag{1.2}$$

となった．ここで

$$G(V_x, V_y, V_z, \theta) \quad := \quad \frac{1}{2}C_D \rho_a \epsilon\ r_2^2 (V_x \sin\beta\cos\theta + V_y \sin\beta \sin\theta - V_z \cos\beta)^2$$

とおいた．

モデル方程式 (1.2) の考察から得た結果の概略は，以下の通りである．

主結果 モデル方程式 (1.2) は，回転を伴って落下する種子の運動に対応する特殊解をもつ．さらにこれは，数学的に安定な解である．それゆえ，この解を用いて回転を伴って落下する種子の運動を数理的に明らかにすることが可能である．

本論文の構成は次の通りである．まず第 2 節では，(1.2) の特殊解の存在について述べる．第 3 節ではモデル方程式を自励系に変換して，特殊解の安定性について考察する．最後に第 4 節では，現象に立ち返って得られた解とそのパラメータ依存性の意味について考察を行った後，今後の課題について述べる．

2. 特殊解の存在

規則性をもって落下する種子の落下速度は一定であると推測される．この推測に基づき，次の解を得た．

定理 2.1 (厳密解の存在) 次は (1.2) の解である．

$$V_x^*(t) := -\frac{g}{\omega}\tan\beta \sin\theta^*(t), \quad V_y^*(t) := \frac{g}{\omega}\tan\beta\cos\theta^*(t), \quad V_z^* := -\frac{1}{\cos\beta}\sqrt{\frac{g}{k\cos\beta}} \tag{2.1}$$

ただし

$$k = \frac{1}{2M}C_D\rho_a\ r_2^2 = \frac{1}{2}C_D\rho_a\ r_2^2 \Big/ (r_1^2 d_1\sigma_1 + (r_2^2 - r_1^2)d_2\sigma_2).$$

証明 一定速度で落下する解を想定し，V_z は定数であり

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{1}{M}G(V_x, V_y, V_z, \theta^*(t))\cos\beta - g = 0$$

を満たすものを探す．もしこれが成り立つならば

$$\frac{1}{M}G(V_x,V_y,V_z,\theta^*(t))=\frac{g}{\cos\beta}$$

でなければならない．これを (1.2) の第 1, 2 式に代入して

$$\begin{cases}\dfrac{dV_x}{dt} &= -g\tan\beta\cos\theta^*(t),\\[2ex] \dfrac{dV_y}{dt} &= -g\tan\beta\sin\theta^*(t).\end{cases}$$

t について積分して

$$\begin{cases}V_x(t) &= -\dfrac{g}{\omega}\tan\beta\sin\theta^*(t)+c_1,\\[2ex] V_y(t) &= \dfrac{g}{\omega}\tan\beta\cos\theta^*(t)+c_2.\end{cases}\tag{2.2}$$

ここで c_1 と c_2 は任意定数である．(2.2) を $G(V_x,V_y,V_z,\theta)$ に代入すると

$$\begin{aligned}\frac{1}{M}G(V_x(t),V_y(t),V_z,\theta^*(t)) &= k\left\{\left(-\frac{g}{\omega}\tan\beta\sin\theta^*(t)+c_1\right)\sin\beta\cos\theta^*(t)\right.\\ &\qquad\left.+\left(\frac{g}{\omega}\tan\beta\cos\theta^*(t)+c_2\right)\sin\beta\sin\theta^*(t)-V_z\cos\beta\right\}^2\\ &= k(c_1\sin\beta\cos\theta^*(t)+c_2\sin\beta\sin\theta^*(t)-V_z\cos\beta)^2\end{aligned}$$

となるから，これが t に依らない定数となるように $c_1=0=c_2$ と選ぶ．そして V_z を

$$kV_z^2\cos^2\beta=\frac{g}{\cos\beta}$$

を満たすように選べばよい．落下する状況を考えているので，$V_z<0$ なる V_z を選んで

$$V_z^*=-\frac{1}{\cos\beta}\sqrt{\frac{g}{k\cos\beta}}$$

を得る（証終）.

厳密解 (2.1) はどのような運動を表しているだろうか．(2.1) の各式を積分して重心の位置 $(X(t),Y(t),Z(t))$ を求めると

$$\begin{cases}X(t) &= \dfrac{g}{\omega^2}\tan\beta\cos\theta^*(t)+X_0,\\[2ex] Y(t) &= \dfrac{g}{\omega^2}\tan\beta\sin\theta^*(t)+Y_0,\\[2ex] Z(t) &= V_z^*t+Z_0.\end{cases}$$

ここで X_0, Y_0, Z_0 は定数である．特に，第 1, 2 式より

$$(X(t)-X_0)^2+(Y(t)-Y_0)^2=\left(\frac{g}{\omega^2}\tan\beta\right)^2$$

が成り立つことから，重心は一定速度 V_z^* で落下し，その xy 平面への射影は一定の角速度 ω で回転運動することを示している．すなわち (2.1) は，種子が自転しながら公転運動することを意味している．[3] と [4] において数値計算によって確かめられた解は，この厳密解に相当すると考えられる．

3. 自励系への帰着とその解析

第 2 節で得た厳密解 (2.1) の時間大域的挙動を調べるため，その形を手がかりに従属変数 V_x と V_y を

$$V_x(t) = h(t)\sin\varphi(t), \quad V_y(t) = h(t)\cos\varphi(t)$$

によって h と φ に変換する．このとき (1.2) は

$$\begin{cases} \dfrac{dh}{dt} &= -k\{h\sin\beta\sin(\varphi+\theta^*(t)) - V\cos\beta\}^2\sin\beta\sin(\varphi+\theta^*(t)), \\ \dfrac{d\varphi}{dt} &= -\dfrac{k}{h}\{h\sin\beta\sin(\varphi+\theta^*(t)) - V\cos\beta\}^2\sin\beta\cos(\varphi+\theta^*(t)), \\ \dfrac{dV}{dt} &= k\{h\sin\beta\sin(\varphi+\theta^*(t)) - V\cos\beta\}^2\cos\beta - g \end{cases}$$

と書き換えられる．ここで，V_z は単に V と表した．さらに

$$\psi(t) := \varphi(t) + \theta^*(t) = \varphi(t) + \omega t + \theta_0$$

と変換すると，方程式系は

$$\begin{cases} \dfrac{dh}{dt} &= -f(h,\psi,V)\sin\beta\sin\psi, \\ \dfrac{d\psi}{dt} &= -\dfrac{1}{h}f(h,\psi,V)\sin\beta\cos\psi + \omega, \\ \dfrac{dV}{dt} &= f(h,\psi,V)\cos\beta - g \end{cases} \tag{3.1}$$

となり自励系に帰着される．ただし

$$f(h,\psi,V) := k(h\sin\beta\sin\psi - V\cos\beta)^2$$

である．

以下，(3.1) について考察する．次に示すように，特殊解 (2.1) に対応する平衡点が存在する．

命題 3.1 方程式系 (3.1) は次の平衡点をもつ．

$$(h^*, \psi^*, V^*) := \left(\frac{g}{\omega}\tan\beta,\ 0,\ -\frac{1}{\cos\beta}\sqrt{\frac{g}{k\cos\beta}}\right).$$

これは，先に求めた特殊解 (2.1) に対応するものである．

証明 $\psi = 0$ とおくと，(3.1) の第 1 式の右辺は 0 となる．このとき残りの式の右辺を 0 とおいて

$$\begin{cases} -\dfrac{k}{h}\sin\beta(V\cos\beta)^2 + \omega = 0, \\ k\cos\beta(V\cos\beta)^2 - g = 0 \end{cases} \tag{3.2}$$

を得る．(3.2) の第 2 式を V について解き，$V < 0$ なるものを求めて

$$V^* = -\frac{1}{\cos\beta}\sqrt{\frac{g}{k\cos\beta}}$$

とする．このとき，(3.2) の第 1 式から

$$h^* = \frac{k}{\omega}\sin\beta(V^*\cos\beta)^2 = \frac{k}{\omega}\sin\beta \times \frac{g}{k\cos\beta} = \frac{g}{\omega}\tan\beta$$

を得る．よって求める平衡点は

$$(h^*, \psi^*, V^*) = \left(\frac{g}{\omega}\tan\beta,\ 0,\ -\frac{1}{\cos\beta}\sqrt{\frac{g}{k\cos\beta}}\right)$$

である．これが先の特殊解に対応するものであることは，座標変換を逆にたどれば容易にわかる（証終）．

次にこの平衡点の安定性について考察する．$f(h,\psi,V)$ の偏導関数は

$$f_h(h,\psi,V) = 2k(h\sin\beta\sin\psi - V\cos\beta)\sin\beta\sin\psi,$$

$$f_\psi(h,\psi,V) = 2kh(h\sin\beta\sin\psi - V\cos\beta)\sin\beta\cos\psi,$$

$$f_V(h,\psi,V) = -2k(h\sin\beta\sin\psi - V\cos\beta)\cos\beta.$$

このとき，平衡点 (h^*,ψ^*,V^*) のまわりの線形化行列 L は

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -f^*\sin\beta & 0 \\ \dfrac{1}{h^{*2}}f^*\sin\beta & -\dfrac{1}{h^*}f_\psi^*\sin\beta & -\dfrac{1}{h^*}f_V^*\sin\beta \\ 0 & f_\psi^*\cos\beta & f_V^*\cos\beta \end{pmatrix}.$$

ただし

$$f^* := f(h^*,\psi^*,V^*) = k(V^*\cos\beta)^2,\quad f_\psi^* := f_\psi(h^*,\psi^*,V^*) = -2kh^*V^*\sin\beta\cos\beta,$$
$$f_V^* := f_V(h^*,\psi^*,V^*) = 2kV^*\cos^2\beta$$

となる．これより

$$\det(L-\lambda E) = \begin{vmatrix} -\lambda & -f^*\sin\beta & 0 \\ \dfrac{1}{h^{*2}}f^*\sin\beta & -\dfrac{1}{h^*}f_\psi^*\sin\beta - \lambda & -\dfrac{1}{h^*}f_V^*\sin\beta \\ 0 & f_\psi^*\cos\beta & f_V^*\cos\beta - \lambda \end{vmatrix}$$

$$= -\lambda\left(\lambda + \frac{1}{h^*}f_\psi^*\sin\beta\right)(\lambda - f_V^*\cos\beta) - \frac{1}{h^*}\lambda f_V^* f_\psi^*\sin\beta\cos\beta - \frac{f^{*2}\sin^2\beta}{h^{*2}}(\lambda - f_V^*\cos\beta)$$

$$= -\lambda\left\{\lambda^2 + \left(\frac{1}{h^*}f_\psi^*\sin\beta - f_V^*\cos\beta\right)\lambda\right\} - \frac{f^{*2}\sin^2\beta}{h^{*2}}(\lambda - f_V^*\cos\beta)$$

となるが，f_ψ^*, f_V^* の具体的な形を用いて

$$\frac{1}{h^*}f_\psi^*\sin\beta - f_V^*\cos\beta = -2kV^*\sin^2\beta\cos\beta - 2kV^*\cos^3\beta = -2kV^*\cos\beta,$$
$$f_V^*\cos\beta = 2kV^*\cos^3\beta$$

と計算されることから，固有方程式は

(3.3) $$D(\lambda) := \lambda^2(\lambda - 2kV^*\cos\beta) + \frac{f^{*2}\sin^2\beta}{h^{*2}}(\lambda - 2kV^*\cos^3\beta) = 0$$

で与えられることがわかる．

固有方程式の解，すなわち固有値について次が成り立つ．

補題 3.1 固有方程式 (3.3) はただ一つの実数解 λ_R と，互いに共役な複素数解 $\lambda_I, \overline{\lambda_I}$ をもつ．さらに，固有値の実部について次が成り立つ．

$$2kV^* \cos\beta < \lambda_R < 2kV^* \cos^3\beta < 0,$$

$$kV^* \sin^2\beta \cos\beta < \mathrm{Re}\lambda_I < 0.$$

証明 固有方程式を

$$-\lambda^2(\lambda - 2kV^* \cos\beta) = \frac{f^{*2}\sin^2\beta}{h^{*2}}(\lambda - 2kV^* \cos^3\beta)$$

と書き改めると，固有方程式の実数解は，λ に関する 3 次関数と 1 次関数のグラフの共有点の λ 座標として捉えられることに注意する．中間値の定理より，開区間 $(2kV^* \cos\beta, 2kV^* \cos^3\beta)$ 内に共有点がただひとつ存在することがわかる．この λ 座標が λ_R であり，その評価も直ちに得られる．

また，2 つのグラフの共有点がただ一つであることが簡単に確かめられる．それゆえ，固有方程式の残りの解は互いに共役な複素数である．そのひとつを λ_I とすると，解と係数の関係から

$$\lambda_R + 2\mathrm{Re}\lambda_I = 2kV^* \cos\beta$$

が成り立つ．ここで λ_R の評価を用いると

$$\begin{aligned} 2\mathrm{Re}\lambda_I &= 2kV^* \cos\beta - \lambda_R \\ &< 2kV^* \cos\beta - 2kV^* \cos\beta \\ &= 0 \end{aligned}$$

となり，複素数解の実部は負であることがわかる．下からの評価も λ_R の評価を用いて

$$\begin{aligned} 2\mathrm{Re}\lambda_I &= 2kV^* \cos\beta - \lambda_R \\ &> 2kV^* \cos\beta - 2kV^* \cos^3\beta \\ &= 2kV^* \sin^2\beta \cos\beta \end{aligned}$$

となり，結論が得られる（証終）.

定理 3.1 平衡点 (h^*, ψ^*, V^*) は局所漸近安定である．

証明 補題 3.1 より，線形化行列の固有値の実部がすべて負であるから，平衡点は局所漸近安定である（証終）.

自励系 (3.1) の解析結果を踏まえると，(1.2) の厳密解 (2.1) は安定であることがわかる．

4. 考察と今後の課題

我々が得た厳密解 (2.1) は，一定の角速度で自転しかつ公転しながら落下する状態を表しており，しかもそれは局所漸近安定であった．これは，(2.1) が再現性の高い安定な運動を表していると考えられる．したがって (2.1) のパラメータ依存性を調べることにより，回転する種子の運動の特徴を捉えることが可能である．

[4] では数値計算結果に基づいて滞空時間に関する考察がなされていたが，それは数学的には以下のように行われる．厳密解 (2.1) は安定であったので，落下距離を一定とするとき，滞空時間はその z 方向の速度 V^* の逆数に比例すると考えてよい．そこで滞空時間のパラメータ依存性を調べるために次の関数を準備する．

$$T(\beta, r_2/r_1, d_1\sigma_1, d_2\sigma_2) = (\cos\beta)^{3/2}\left\{\frac{(r_2/r_1)^2}{d_1\sigma_1 + \{(r_2/r_1)^2 - 1\}d_2\sigma_2}\right\}^{1/2}.$$

ここで

$$T(\beta, r, a, b) := (\cos\beta)^{3/2} \left\{ \frac{r^2}{a + (r^2 - 1)b} \right\}^{1/2}$$

とおいた．これは $1/V^*$ からパラメータに依存する部分のみを取り出したものである．g, C_D, ρ_a への依存性は明記していないこと，ω には依存しないことに注意しておく．また，β は羽の長さの方向と水平面のなす角，r_2/r_1 は羽と実の長さの比，$d_1\sigma_1$ は実の面密度，$d_2\sigma_2$ は羽の面密度であり，それぞれのパラメータの意味から

$$0 \leqq \beta < \frac{\pi}{2}, \quad 1 < \frac{r_2}{r_1}, \quad d_2\sigma_2 < d_1\sigma_1$$

とするのが妥当である．この条件のもとで，簡単な計算から

$$\frac{\partial T}{\partial \beta}(\beta, r_2/r_1, d_1\sigma_1, d_2\sigma_2) < 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r}(\beta, r_2/r_1, d_1\sigma_1, d_2\sigma_2) > 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial a}(\beta, r_2/r_1, d_1\sigma_1, d_2\sigma_2) < 0, \quad \frac{\partial T}{\partial b}(\beta, r_2/r_1, d_1\sigma_1, d_2\sigma_2) < 0$$

がわかる．例えば $\partial T/\partial\beta < 0$ は，滞空時間が β に関して単調減少であることを示しており，大亀らの数値計算結果と一致している（[4] 図 2-3, 2-4 等参照）．同様にして，滞空時間の r_2/r_1, $d_1\sigma_1$, $d_2\sigma_2$ への依存性についても説明することが可能であり，必要ならば定量的な評価も行うことができる．

一方，本稿で扱ったモデルは最も単純化されたものであり，いくつか修正すべき点があると考えられる．ひとつは，α を 0 とおいたことである．[2] で報告されている 3 種類のかえでの種子に関する α のデータは -1.17, -1.39, -0.90（度）であり，決して 0 ではない．また，自転軸が z 軸に平行であると仮定されていることも現実的ではないと思われる．実際には，種子は落下直後から徐々に回転を始め，姿勢を整えつつ規則的な自転運動へ移行する．さらに，$\alpha = 0$ とすることと自転軸が固定されていることから，運動開始前に自転角速度 ω が決定されてしまい，最適な自転角速度が自律的に選択される過程が記述できていない．これらのことから，本モデルは落下運動の終盤，すなわち自転を伴う安定した落下状態を捉えたモデルと考えるのが自然である．

今後の課題のひとつは，落下開始直後から安定した自転落下運動への遷移過程をモデル化することである．また，前縁渦の効果によって種子が持ち上げられることが明らかにされていることから，この効果をモデルに反映することも課題である．本稿の研究を踏まえ，より現実に即したモデルの提案とその解析を行いたいと考えている．

参考文献

[1] A.Azumi and K.Okuno, *Flight of Samara, Alsomitra macrocarpa*, J.Theor.Biol.,**129**, (1987), pp.263-274.

[2] A.Azumi and K.Yasuda, *Flight performance of rotary seeds*, J.Theor.Biol.,**138**, (1989), pp.23-53.

[3] 大亀衛，玉垣春彦，水川孝志, 羽根のある植物種子の飛行：かえでの種子，岡山理科大学紀要 A，自然科学 **25** (1989), pp.75-85.

[4] 大亀衛，加藤泰治，槙原義典, 羽根のある植物種子の飛行：かえでの種子の滞空時間，岡山理科大学紀要 A，自然科学 **26** (1990), pp.41-54.

[5] D.Lentink, W.B.Dickson, J.L.van Leeuwen and M.H.Dickinson, *Leading-edge vortices elevate lift of autorotating plant seeds*, Science 324 (2009), pp. 1438-1440.